

Proyectos de modelación matemática como estrategia de evaluación formativa en un curso para futuros profesores de matemáticas

JONATHAN SÁNCHEZ-CARDONA^I

PAULA ANDREA RENDÓN-MESA^{II}

JHONY ALEXANDER VILLA-OCHOA^{III}

<http://dx.doi.org/10.22347/2175-2753v13i40.3243>

Resumen

Este artículo reporta sobre el uso de proyectos de modelación como una estrategia de evaluación formativa. La investigación se enfocó en los conocimientos de los profesores sobre la modelación matemática y los principios de evaluación formativa. Por tanto, se diseñó un ambiente en un curso de modelación para futuros profesores de matemáticas. Este diseño incluyó presentaciones orales, asesorías, informes escritos y videos. Se analizaron los datos extraídos de cuatro proyectos que desarrollaron futuros profesores de matemáticas y los resultados comunican las contribuciones de las asesorías y de las presentaciones orales como estrategias que promueven el conocimiento en dichos participantes. También se informa sobre el ambiente que permite comprender el desarrollo de proyectos como proceso y estrategia de evaluación formativa.

Palabras clave: Proyectos de modelación. Evaluación formativa. Estrategia. Futuros profesores de matemáticas.

Submetido em: 19/11/2020

Aprovado em: 05/07/2021

^I Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia; <https://orcid.org/0000-0002-2331-4235>; e-mail: jonathan.sanchezc@udea.edu.co.

^{II} Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia; <https://orcid.org/0000-0001-6851-3302>; e-mail: paula.rendon@udea.edu.co.

^{III} Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia; <https://orcid.org/0000-0003-2950-1362>; e-mail: jhony.villa@udea.edu.co.

Mathematical modelling projects as a formative assessment strategy in a course for pre-service mathematics teachers

Abstract

This article reports on the use of modelling projects as a formative assessment strategy. The research focused on teachers' knowledge about mathematical modelling and formative assessment principles. Hence, an environment was designed in a modelling course for pre-service mathematics teachers. This design included oral presentations, mentoring, written reports, and videos. The data extracted from four projects developed by pre-service mathematics teachers were analyzed and the results evidence the contributions of mentoring and oral presentations as strategies to promote the knowledge of pre-service teachers. This article also reports on the design to understand the development of projects as both a process and a strategy of formative assessment.

Keywords: Modelling projects. Formative assessment. Strategy. Pre-service mathematics teachers.

Projetos de modelagem matemática como estratégia de avaliação formativa em uma disciplina para futuros professores de matemática

Resumo

O artigo informa sobre o uso de projetos de modelagem como estratégia de avaliação formativa. A pesquisa focou-se no conhecimento dos professores sobre a modelagem matemática e os princípios da avaliação formativa. Portanto, criou-se um ambiente de aprendizagem em uma disciplina de modelagem para futuros professores de matemática. O projeto incluiu apresentações orais, consultorias, relatórios escritos e vídeos. Foram analisados os dados extraídos de quatro projetos desenvolvidos por futuros professores de matemática. Os resultados mostram as contribuições das consultorias e apresentações orais como estratégias promotoras do conhecimento dos participantes. Informa também sobre o ambiente que permite compreender o desenvolvimento de projetos como processo e estratégia de avaliação formativa.

Palavras-chave: Projetos de modelagem. Avaliação formativa, Estratégia. Futuros professores de matemática.

Introducción

La modelación en la perspectiva de la Educación Matemática puede considerarse como un proceso, una estrategia o un ambiente de aprendizaje en el que se involucra la necesidad de usar, construir y validar modelos para resolver problemas reales. Esta integración en el currículo implica que los profesores tengan conocimiento sobre sus comprensiones, alcances, propósitos e integración en la clase de matemáticas, estilos de aprendizaje, condiciones curriculares entre otros factores (ROMO-VÁZQUEZ; BARQUERO; BOSCH, 2019; CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016).

Frente a tales consideraciones, se deben configurar estrategias y programas que desarrollen tales conocimientos en los profesores. Según la literatura, se deben crear oportunidades de formación a través de experiencias, materiales, desarrollo de proyectos, diseño de tareas, así como proyectar, implementar y valorar sus posibilidades en clases reales (CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016; PARRA-ZAPATA; RENDÓN-MESA; OCAMPO-ARENAS; SÁNCHEZ-CARDONA; MOLINA-TORO; VILLA-OCHOA, 2018; VILLA-OCHOA, 2016; VILLARREAL; ESTELEY; SMITH, 2018). Sin embargo, la manera en que se promueven y evalúan los conocimientos, las estrategias y los instrumentos es un tema vigente para la investigación (VILLA-OCHOA; SÁNCHEZ-CARDONA; RENDÓN-MESA, 2021).

La relación de la modelación matemática y la evaluación en el campo educativo ha llamado la atención de la comunidad internacional (AYDOGAN YENMEZ; ERBAS; CAKIROGLU; ALACACI; CETINKAYA, 2017; FREJD, 2013; VILLA-OCHOA; SÁNCHEZ-CARDONA; RENDÓN-MESA, 2021). La literatura informa que las pruebas escritas, los proyectos y los portafolios son los instrumentos priorizados en el proceso formativo y que se requiere de una evaluación holística y no solo concentrada en subprocesos de modelación (FREJD, 2013). Por otro lado, también se ha informado sobre la necesidad de desarrollar estudios que trasciendan los alcances de la evaluación en la modelación para la misma matemática y el desarrollo de competencias y de conocimientos profesionales (VILLA-OCHOA; SÁNCHEZ-CARDONA; RENDÓN-MESA, 2021).

La importancia de los proyectos de modelación radica en las experiencias de primera mano que se ofrece a los estudiantes para planear y resolver problemas a través de modelos y las matemáticas. También aporta al desarrollo de

competencias, visiones y actitudes críticas sobre el rol de la matemática en la sociedad (VILLA-OCHOA; CASTRILLÓN-YEPES; SÁNCHEZ-CARDONA, 2017; VILLARREAL; ESTELEY; SMITH, 2018). Las interrelaciones entre los roles formativo y evaluativo de los proyectos de modelación han sido poco exploradas. Este artículo indaga cómo los proyectos de modelación constituyen una estrategia de formación y evaluación del conocimiento de los futuros profesores en modelación matemática. Es así como se busca dar respuesta a la pregunta ¿Cómo los proyectos de modelación matemática se consolidan en una estrategia de evaluación de los conocimientos de los futuros profesores sobre la modelación matemática?

Antecedentes teóricos

En este apartado se presentan consideraciones conceptuales sobre evaluación formativa, el carácter situado de los conocimientos; en particular, de la modelación matemática.

La evaluación formativa

Este tipo de evaluación se reconoce como una práctica que se orienta a la reflexión del profesor y el desarrollo de aprendizajes (VALLÉS RAPP; UREÑA ORTÍN; RUIZ LARA, 2011). Black y Wiliam (2009) plantean que la evaluación puede considerarse formativa cuando los profesores y los estudiantes interpretan y utilizan evidencias sobre sus desempeños para tomar decisiones en los procesos y en la secuencia de la enseñanza, de tal forma que sus acciones se fundamenten en las experiencias que ya vivieron.

Para Black y Wiliam (1998; 2009) la evaluación formativa es una práctica que informa los procesos que desarrollan los estudiantes, de forma que las decisiones sobre las acciones se puedan reformular a partir de los resultados que se obtienen. En este sentido se apuesta por la mejora constante en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Con base en Wiliam y Thompson (2007), Black y Wiliam (2009) desarrollan cinco principios de diseño para la evaluación formativa, a saber:

- Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.
- Diseñar discusiones efectivas en el aula y otras tareas de aprendizaje que demuestren la comprensión del estudiante.

- Proporcionar retroalimentación que permita avanzar a los estudiantes.
- Activar a los estudiantes como recursos de instrucción entre sí.
- Activar a los estudiantes para que se empoderen de su aprendizaje.

Estos principios no son una lista de chequeo o un control sistemático, por el contrario, el objetivo es articular cada una de las tareas, las discusiones y las estrategias que se utilizan. Con ello, se activa a los estudiantes como actores de su proceso de aprendizaje y se genera una constante retroalimentación y reflexión del proceso. En esta investigación, la evaluación se integra a un curso para el desarrollo de conocimientos sobre la modelación en futuros profesores de matemática. Los detalles se presentan a continuación.

Conocimientos de la modelación en futuros profesores de matemática

A pesar de las contribuciones de la modelación al ámbito escolar, su integración en la cotidianidad de la escuela sigue siendo una necesidad; este aspecto se ha indicado en diversas investigaciones (KAISER, 2014; VILLA-OCHOA, 2015; CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016). Las investigaciones señalan que los profesores requieren desarrollar una sensibilidad para reconocer situaciones o fenómenos que puedan ser modelados y trascender el uso de tareas estereotipadas en la clase de matemática (VILLA-OCHOA; JARAMILLO LÓPEZ, 2011; VILLA-OCHOA, 2015).

Un profesor de matemáticas que integra en sus prácticas escolares procesos de modelación matemática debe desarrollar una serie de conocimientos que no solo se centran en el dominio matemático (CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016). En su revisión, Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci y Cakiroglu (2016) agrupan en cuatro grandes categorías los conocimientos que debe dominar un profesor de matemáticas cuando integra la modelación matemática en sus prácticas, a saber:

- i) La naturaleza de la modelación matemática.
- ii) Las formas de pensamiento de los estudiantes.
- iii) El uso / integración de tecnología (TIC).
- iv) La gestión de aula en el proceso de enseñanza de las matemáticas a través de la modelación matemática.

Las visiones de la modelación como objeto y vehículo (JULIE; MUDALY, 2007; VILLA-OCHOA; SÁNCHEZ-CARDONA; RENDÓN-MESA, 2021), proporcionan otros

significados sobre su evaluación formativa. En la visión de objeto, la evaluación puede enfocarse a promover y valorar los conocimientos, las habilidades y las capacidades que se hayan alcanzado o requieran alcanzar. En la visión de vehículo, la evaluación se puede enfocar en la valoración de los objetivos trazados sobre la comprensión matemática. Estas visiones de la modelación y de la evaluación formativa se conjugaron en los proyectos de modelación como una estrategia de este tipo de evaluación. En el siguiente apartado se describen estos aspectos.

Metodología

Este artículo reporta los hallazgos de una investigación que se desarrolló en un curso de modelación matemática ofrecido a futuros profesores de matemática en una universidad pública en Medellín, Colombia. El curso ofrece oportunidades para que los futuros profesores tengan experiencias de modelación como actividad científica y desarrollen conocimientos sobre la modelación como herramienta para la enseñanza de las matemáticas.

Durante el curso, los futuros profesores revisaron artículos de divulgación e investigación en la temática. En ellos se identificaron tipos de tareas, recursos y alcances de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. Luego, se discutieron comprensiones, perspectivas y aproximaciones a la modelación matemática (KAISER, 2014; STILLMAN; GALBRAITH; BROWN; EDWARDS, 2007), la modelación matemática en primaria (PARRA-ZAPATA; VILLA-OCHOA, 2015; ENGLISH, 2006) y el uso de tecnología en la modelación matemática (MOLINA-TORO; VILLA-OCHOA; SUÁREZ-TÉLLEZ, 2018; MOLINA-TORO; RENDÓN-MESA; VILLA-OCHOA, 2019). El curso ofrece oportunidades para desarrollar un conocimiento sobre la modelación en sus dimensiones de objeto de aprendizaje y herramienta para la enseñanza (JULIE; MUDALY, 2007).

El estudio incluyó los planteamientos sobre evaluación formativa (BLACK; WILLIAM, 1998; 2009; VALLÉS RAPP; UREÑA ORTÍN; RUIZ LARA, 2011), en particular para el curso, directamente en los proyectos de modelación como estrategia de evaluación.

Los proyectos de modelación

Los proyectos de modelación fueron una estrategia en la cual los estudiantes resolvieron problemas que surgieron de sus intereses (BORBA; VILLARREAL, 2005). En

la primera sesión del curso, los formadores de profesores ofrecieron a los futuros profesores las indicaciones sobre las estrategias, los objetivos y los espacios de asesoría y de seguimiento al proceso. Para promover un acompañamiento permanente se establecieron seis momentos: i) creación, ii) asesorías, iii) discusión teórica, iv) construcción de rúbrica de evaluación v) desarrollo y sistematización y vi) divulgación.

Según Frejd (2013), los proyectos de modelación pueden posibilitar una evaluación holística de la modelación. En el curso, los formadores y los futuros profesores se concentraron en la identificación estrategias que utilizarían, los argumentos para su uso, el tipo de problema y su contexto, el uso de conocimientos y de herramientas matemáticas acordes al problema que se planteó, la construcción matemática y la solución o los ajustes que se derivaron en la ejecución de los proyectos. Durante el proceso, los formadores y los futuros profesores hicieron críticas y comentarios a los avances de cada proyecto. La Tabla 1 ofrece una descripción de los momentos diseñados para el desarrollo de los proyectos y su relación con los principios de la evaluación formativa.

Tabla 1 - Elementos de los proyectos de modelación y los principios de evaluación formativa

Denominación/Propósito	Descripción	Principios
I - Momento de creación		
Promover la generación de ideas, contextos y problemas de modelación.	Se conformaron equipos de trabajo de tres futuros profesores quienes, durante las primeras ocho sesiones, trabajaron para identificar posibles temáticas o problemas de interés. En la tercera semana realizaron una presentación en el curso, tanto a sus compañeros como a los formadores, en la que describieron tres situaciones o temas que deseaban estudiar en su proyecto. Además, indicaron posibles planes de trabajo y argumentaron su pertinencia para la situación a modelar, las cantidades que estudiarían, las maneras como se recolectaría y analizaría la información.	Promover discusiones en el aula de las tareas de aprendizaje que brinden evidencia de la comprensión del futuro profesor. Proporcionar retroalimentación que permita el avance de los futuros profesores. Activar a los futuros profesores como recursos de instrucción entre sí.

Continúa

Denominación/Propósito	Descripción	Principios
II Asesorías		
Orientar el proceso de modelación. Proponer estrategias que posibilitan el avance.	Los participantes contaron con asesorías a lo largo del curso; sin embargo, se generaron espacios específicos donde cada equipo presentó los avances, los cambios y las decisiones que tomaron con respecto a la elección de la situación/fenómeno/problema que determinaron estudiar en el proyecto. Presentaron los datos que se recolectaron y las dificultades, inquietudes o miedos que iban surgiendo durante el desarrollo del proyecto.	Proporcionar retroalimentación que permita el avance de los futuros profesores. Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.
III Discusión teórica		
Proporcionar orientaciones metodológicas y teóricas sobre el proceso que desarrollan.	En la cuarta semana se realizó una presentación y discusión teórica-metodológica de los proyectos como estrategia didáctica en la clase de matemáticas. Para ello, se realizó una lectura previa del documento de Aravena, Caamaño y Giménez (2008) y se analizaron videos sobre los proyectos desarrollados por futuros profesores en cohortes anteriores del curso.	Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito. Diseñar discusiones en el aula de las tareas de aprendizaje que obtengan evidencia de la comprensión de los futuros profesores.
IV Rúbrica de evaluación		
Construir (estudiantes/formadores) los criterios de evaluación.	En la quinta semana, se definió con los estudiantes los criterios de evaluación de la rúbrica para los proyectos. En particular, se centró la atención en los momentos de sistematización y de socialización. Los formadores mostraron, como ejemplos, la rúbrica construida por Aydogan Yenmez, Erbas, Alacaci, Cakiroglu, y Cetinkaya (2017) y rúbricas utilizadas en semestres anteriores del seminario.	Activar a los estudiantes para que se empoderen de su propio aprendizaje. Aclarar y compartir intenciones de aprendizaje y criterios para el éxito.

Continúa

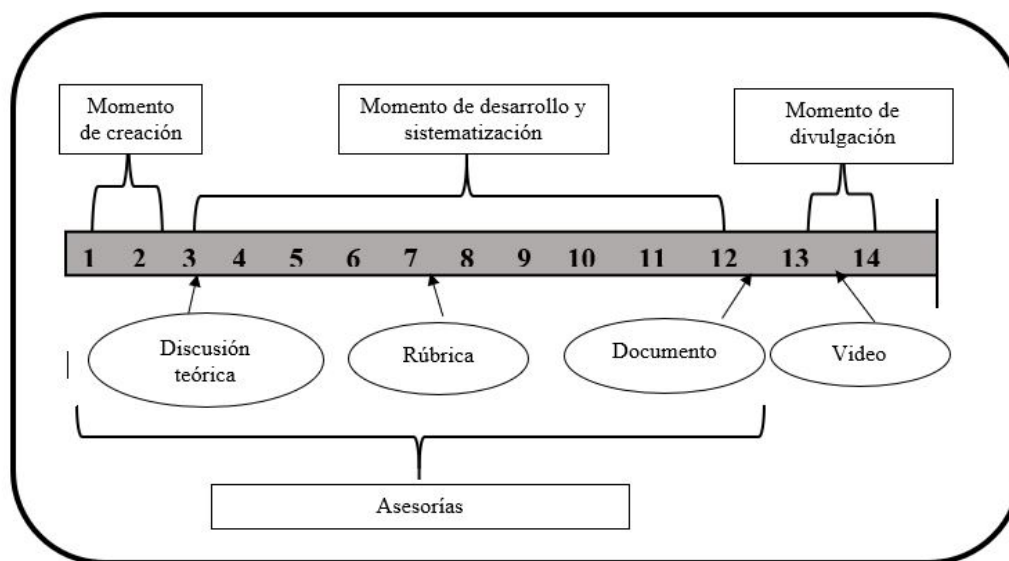
Conclusão

V Desarrollo y Sistematización		
Organizar y sintetizar la información. Promover la comunicación escrita del desarrollo del proyecto.	Los participantes produjeron un documento escrito en el que informaron: el contexto y problema, la manera cómo recolectaron los datos y los procedimientos que desarrollaron. Indicaron los propósitos, los alcances y los aportes del (los) modelo(s) matemático(s) que se construyeron en la situación. Informaron sobre referentes teóricos que apoyaron la interpretación de la situación. Mostraron evidencias de la solución ofrecida por su construcción matemática (modelos) y la situación que le dio origen. También ofrecieron reflexiones y consideraciones frente a su propia experiencia modeladora.	Activar a los futuros profesores para que se empoderen de su propio aprendizaje. Proporcionar retroalimentación que permita el avance del conocimiento de los futuros profesores.
VI Momento de socialización		
Comunicar el proceso y debatir los resultados y las soluciones de cada proyecto.	Los participantes presentaron al curso un video de 10 minutos donde sintetizaron el proceso que llevaron a cabo en el desarrollo del proyecto. Resaltaron los principales aspectos de su estudio, los procesos que implementaron para la búsqueda de la información y el análisis, así como las reflexiones y conclusiones a las que llegaron.	Activar a los futuros profesores como recursos de instrucción entre sí. Activar a los futuros profesores para que se empoderen de su propio aprendizaje. Proporcionar retroalimentación que haga avanzar el conocimiento de los futuros profesores.

Fuente: Los autores (2020).

El curso se desarrolló en 16 clases (4 horas cada una); los proyectos se desarrollaron de todas las sesiones. La Figura 1 ilustra cronológicamente los momentos y las actividades que se desarrollaron en los proyectos.

Figura 1 - Organización de los momentos de los proyectos en el curso



Fuente: Los autores (2020).

Los datos y su análisis

Los datos se obtuvieron en las 16 sesiones. Se contó con videos de cada sesión y audios adicionales para las asesorías extractase, documentos producidos por los estudiantes al finalizar el momento de desarrollo y sistematización (Figura 1). También se contó con videos de cada proyecto que se presentaron en el momento de socialización y con los archivos en PPT que se elaboraron en varios de los momentos que configuraron la dinámica formativa. La Tabla 2 muestra la distribución de la información en uno de los momentos del desarrollo de proyectos.

Tabla 2 - Información en los momentos del desarrollo de los proyectos

Momentos de los proyectos de modelación					
Creación	Asesorías	Discusión teórica	Rúbrica de evaluación	Sistematización	Socialización
Cuatro archivos electrónicos con las ppt. Dos grabaciones de audio y video.	Cuatro audios.	Cuatro audios.	Un video de las discusiones y acuerdos de los equipos.	Cuatro documentos escritos. Cuatro archivos electrónicos con las presentaciones.	Cuatro videos realizados por los equipos de trabajo. Dos videos de los comentarios y proceso de retroalimentación

Fuente: Los autores (2020).

Para responder a la pregunta de investigación, se utilizaron herramientas de análisis temático (TUCKETT, 2005; BRAUN; CLARKE, 2006). En este análisis, el investigador se involucra en la segmentación y en la comparación de piezas de información para luego agruparlas por temas; se reconocen características comunes para comprender y teorizar acerca del tema a investigar. El análisis de los datos se dividió en dos etapas. La primera buscó recolectar información general sobre el desarrollo de cada proyecto en cada uno de los seis momentos descritos en la Tabla 1. En la segunda, se identificó información sobre el tema, procedimientos, coherencia/consistencia entre el planteamiento del problema y el desarrollo de los procedimientos y las conclusiones de cada proyecto.

En la primera etapa no se utilizaron códigos previos, sino que fueron emergiendo; se buscó responder a la pregunta ¿cuáles son los conocimientos que se promueven en los futuros profesores cuando desarrollan proyectos de modelación? Para ello, se revisó la información y se prestó atención a los tipos de conocimientos que se enunciaron anteriormente en este artículo. Cada proyecto se analizó de manera independiente y luego de manera conjunta con el fin de profundizar en los hallazgos y vincular los aspectos de convergencia. En esta revisión transversal se usaron los criterios de recurrencia y repetición de Owen (1984).

En la Tabla 3 se presenta una descripción general de cada proyecto, se indica el problema que resolvió, las estrategias matemáticas y de otras disciplinas que utilizaron los estudiantes, las dificultades que manifestaron y las conclusiones a las que llegó cada equipo de trabajo.

Tabla 3 - Descripción general de los proyectos de modelación

Proyecto	Problema para resolver	Estrategias usadas	Dificultades manifestadas	Conclusiones de los estudiantes
Relación comparativa entre planes de internet, televisión y telefonía ofertados en Medellín (PM1)	Encontrar los planes con menor costo y mejores cualidades.	Recolectar y organizar los datos en hojas de cálculo.	Particularidad de los planes. Variabilidad en la información y los datos.	El mejor plan depende de las características o necesidades de cada hogar. En particular, el estudio definió el mejor plan para dos hogares considerando las variables uso, consumo y precio.

Continúa

Conclusão

Proyecto	Problema para resolver	Estrategias usadas	Dificultades manifestadas	Conclusiones de los estudiantes
Estrategia para aumentar los seguidores en Instagram (PM2)	Diseñar y hacer seguimiento a una estrategia para aumentar el número de seguidores en Instagram.	Asesorías de expertos. Organizar el contenido. Medir el impacto con APP. Análisis estadísticos. Comparaciones	Poco tiempo. El control del contenido. Dedicación. Particularidad.	Es posible aumentar la cantidad de seguidores en Instagram utilizando un plan estratégico de contenidos a publicar.
Calidad de carne y el rendimiento del ganado bovino (PM3)	Calidad de carne bovina y porcina que compran clientes en un establecimiento anónimo.	Distribución de probabilidad binomial. Análisis estadístico. Seguimiento a establecimiento.	Uso de representaciones. Aproximaciones no claras en la realidad.	Respecto a la calidad de la carne se establecieron hechos mediante los cuales se determinó que un cliente de una carnicería anónima puede ser engañado.
Estudio de compra de vivienda (PM4)	Condiciones para solicitar crédito de vivienda para un profesor recién egresado.	Análisis de modelos y simuladores de créditos de cooperativas financieras.	Cantidad de entidades financieras. Salario de un profesor recién egresado en Colombia.	Determinaron la mejor institución para la solicitud de crédito de vivienda, teniendo en cuenta plazos, intereses y monto.

Fuente: Los autores (2020).

En la segunda etapa del análisis se realizó una codificación cerrada. Una vez que se identificaron los conocimientos de los estudiantes sobre la modelación, se inició un proceso de interrelación entre dichos conocimientos y los principios de la evaluación formativa; se revisó la información con el fin de determinar la manera en que se promovieron. De esta forma, se buscó dar respuesta a la pregunta ¿De qué manera los principios, las estrategias y los demás aspectos de la evaluación formativa promovieron los conocimientos sobre la modelación matemática? Para ello, se usaron los siguientes códigos:

- C2-1: Oportunidades: Se promovieron estrategias que posibilitan informar sobre el desempeño en el que se encuentran los estudiantes. En

correspondencia con ello se generaron acciones para mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje.

- C2-2: Reformulaciones: Se reportan las modificaciones que se generaron a partir del análisis de los futuros profesores, tanto por los comentarios de los formadores como de sus compañeros.
- C2-3: Desempeños: Evidencias sobre los conocimientos de los futuros profesores y la toma de decisiones en los procesos y siguientes pasos de la enseñanza. Los conocimientos identificados son insumos para tomar decisiones con respecto a los procesos de enseñanza y aprendizaje de los participantes.
- C2-4: Acciones: Acciones de los participantes que se fundamenten en las experiencias que ya vivieron, en los comentarios de sus compañeros y de los formadores, así como en el ensayo y error. Además, en la participación propositiva de su proceso de evaluación y el de sus compañeros.

Resultados

Este apartado presenta los resultados de los análisis de cada uno de los cuatro proyectos y de los análisis transversales de ellos.

Proyectos desarrollados por los futuros profesores

Proyecto 1 (PM1): En este proyecto las participantes realizaron una comparación entre los diferentes planes de internet, televisión y telefonía que se ofertan en la ciudad de Medellín. Buscaron determinar el plan con menor costo y mejores cualidades para estratos socioeconómicos bajo y medio-bajo. En el momento de creación, enunciaron temas y como acordaron su elección en el tema de servicios públicos. Este acuerdo se debió a los beneficios que podría generar tanto a las integrantes del equipo como a otros usuarios en general. En sus palabras: “Este proyecto surgió a partir del interés por generar ahorro en el gasto de nuestros hogares [...]” (PM1).

En las asesorías con los formadores (fase de desarrollo y la sistematización), las participantes tomaron decisiones para la simplificación y la delimitación del fenómeno a modelar. Esto se debió, primero, porque es una acción natural dentro

de los procesos de modelación y, segundo, porque les permitiría comprender la situación a modelar, delimitar y organizar los datos y construir los modelos. En su reporte final, reconocieron la importancia de las asesorías y la confrontaron con las experiencias revisadas en la literatura discutida en el curso. Acciones de simplificación son parte de la modelación y su conocimiento se vincula con la categoría de conocimiento de la naturaleza de la modelación (CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016). Además de la delimitación de variables, las asesorías contribuyeron en la búsqueda de estrategias para organizar los datos. En una de las reuniones, las participantes manifestaron sentirse abrumadas por la cantidad de datos, pero con base en las orientaciones de los formadores, los estudiantes utilizaron hojas de cálculo (Excel) para organizar sus datos en tablas, realizar sus análisis y construir los modelos. Este aspecto se asocia con el conocimiento y uso de la tecnología en la modelación matemática (CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016). Las participantes evidenciaron otras acciones de la modelación matemática, a saber: la recolección de la información y los datos, su organización, su simplificación y la identificación de regularidades y la construcción -uso de modelos-. En este proceso la tecnología jugó un papel importante; de acuerdo con Molina-Toro, Rendón-Mesa y Villa-Ochoa (2019), la tecnología ayudó a los estudiantes en la comprensión del fenómeno y les abrió puertas para su comprensión y análisis.

Como resultados de este proyecto se presentaron dos opciones para contratar el servicio de Internet, televisión y telefonía, acorde con las condiciones y las particularidades de dos hogares, asunto que permitió a los estudiantes reflexionar sobre los alcances de los modelos y su correspondencia con las particularidades del fenómeno. Para Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci y Cakiroglu (2016), este aspecto se considera un conocimiento sobre la naturaleza de la modelación matemática.

Finalmente, en el momento de socialización, las futuras profesoras manifestaron que la modelación matemática trascendió la idea de acciones para la construcción y uso de fórmulas y de conceptos matemáticos; más allá de ello, la modelación se observó como un proceso que delimitó temáticas o problemas y posibilitó la sistematización, la comprensión y la toma de postura frente al problema sobre el cual tenía su origen. Estas reflexiones son evidencia de que las participantes

reconocieron las oportunidades que ofrece la modelación para el tratamiento de temáticas o contenidos y sobre la naturaleza no algorítmica de los mismos. De acuerdo con Cetinkaya, Kertil, Erbas, Korkmaz, Alacaci y Cakiroglu (2016), dieron cuenta de sus formas de pensamiento, aspecto que compone el conocimiento de los profesores de matemáticas.

Proyecto 2 (PM2): Este equipo se interesó por determinar estrategias que ayudaran a aumentar los seguidores de la red social Instagram. A partir del diálogo con el grupo, decidieron adoptar el tema relacionado con las redes sociales dado el impacto que tendría sobre una de las integrantes del equipo que se dedica al modelaje. Dado que el trabajo de esta integrante depende del alcance de su red social, el colectivo se trazó la meta de alcanzar en su perfil un total de 5.000 seguidores.

En consecuencia, decidieron realizar un cronograma de actividades para dos semanas y fue así como surgió la idea de hacer, en palabras del colectivo, de trabajo un “día a día de contenido a publicar” en Instagram.

En su proyecto definieron las siguientes variables: i) el número de seguidores en la fecha inicial; ii) las cuentas que el contenido alcanzó, esto significa el número de cuentas que vieron alguna de las publicaciones; iii) el número de visitas al perfil de Instagram; iv) el alcance de las reacciones de las últimas publicaciones (me gusta, guardar o comentar); y v) la tasa de finalización de las historias, es decir el número total de veces que se vieron todas las publicaciones (PM2). Esta lista de variables fue discutida durante las primeras asesorías con el fin de revisar el control y la pertinencia durante el desarrollo del proyecto. En esta parte de las asesorías había un continuo cuestionamiento sobre ¿Por qué esa variable es importante? ¿Cómo obtendrían los datos? ¿Cómo establecería sus relaciones? ¿Qué pasaría en el sistema si se eliminara esa variable? El cuestionamiento conllevó a un proceso de revisión, argumentación y ajuste del conjunto de variables hasta quedar en el estado que se presentó.

Previo al desarrollo del proyecto, el equipo identificó que la aplicación Instagram Business sería útil para lograr convertir un perfil personal a perfil empresarial o comercial. Cada día, los integrantes del equipo registraron los datos en tablas, compararon cantidades, calcularon tasas de variación y estimaron probabilidades de impactar a más personas acorde con los contenidos publicados.

En el momento de socialización, los estudiantes presentaron sus hallazgos a través de histogramas y tablas de frecuencia y, con base en la interpretación de estas representaciones, argumentaron el impacto de sus publicaciones de manera semanal; también señalaron que “esta información fue importante para definir cada semana el tipo de material que debíamos publicar en la cuenta para generar la tendencia y aumentar los seguidores”. Afirmaron que “el modelo matemático a utilizar no fue un asunto claro en el proceso de modelación, pues el proyecto se orientó a una organización y análisis de información proporcionado por un aplicativo móvil y no construimos fórmulas”. Si bien, los participantes no construyeron expresiones algebraicas para determinar un modelo de relaciones entre las cantidades, sí desarrollaron un proceso sistemático de resolución de un problema en el que las matemáticas y la estadística jugaron un rol en la toma de decisiones y validación de las acciones. En este sentido, aun cuando el proceso no se ajustó a la modelación descrita en la literatura, existen visiones escolares sobre la modelación en las que este tipo de prácticas se defienden y se ajustan a prácticas de modelación matemática escolar (BARBOSA, 2004).

Durante las asesorías se cuestionó al equipo por las herramientas que existen en redes sociales como videos de YouTube, Wikis y Blogs. Los participantes desarrollaron búsquedas en estos medios. Como resultado final, el colectivo alcanzó más de los 5.000 seguidores y las interacciones (visitas, “vistos” en los estados y “me gusta”) también se incrementaron. Ello permite resaltar otro uso de la tecnología en los procesos de modelación, entre ellos, como fuente de datos, aporte de información y de estrategias de solución y como insumo en el contexto sobre el cual se desarrolla el proyecto; estos usos aportan al conocimiento de la tecnología en la modelación (CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016).

Proyecto 3 (PM3): Este equipo se interesó por determinar la calidad de la carne bovina y porcina en un establecimiento comercial de la ciudad de Medellín. La elección del tema se fundamentó en que uno de los integrantes del equipo junto con su familia, trabajaban como vendedores de cárnicos en la ciudad.

El equipo se preocupó por determinar dos fenómenos del sector cárnico, a saber: la calidad de la carne en relación con el tipo de corte y el rendimiento económico de acuerdo con la procedencia del ganado bovino. La delimitación de este tema fue motivo de negociación durante varias asesorías con los formadores;

en las asesorías, el colectivo manifestó preocupación en relación con la variabilidad de la información y el tipo de datos, dado el comportamiento semanal del sector. En diálogo con los formadores se delimitaron los alcances de las conclusiones y, con base en estos, se dispusieron a buscar las herramientas matemáticas o estadísticas que se ajustaran a dichos propósitos. Como resultado, usaron datos del sector cárnico en la ciudad y utilizaron la regresión lineal y la distribución binomial para profundizar en el conocimiento del fenómeno. Para la primera parte del proyecto, tomaron medidas empíricas sobre el peso de la carne, la veracidad del corte y su tiempo de maduración. Para la segunda, tuvieron en cuenta la distancia en kilómetros del lugar de producción hasta el lugar de sacrificio, el peso de cada animal y su raza bovina.

En el desarrollo del proyecto, el conocimiento empírico de uno de los integrantes y miembros de su familia jugó un papel en las decisiones tomadas ya que tenían conocimiento del contexto que fueron determinantes en los análisis y las conclusiones de la situación.

En la presentación final, los futuros profesores enunciaron que "La modelación permite realizar por medio de objetos matemáticos como la distribución binomial y la regresión lineal simple, representaciones aproximadas de la realidad [...] en este proyecto se trató de utilizar los instrumentos matemáticos con rigurosidad, para que la producción fuese significativa y refinada. Se pueden dilucidar hechos disidentes respecto a los dos fenómenos analizados" (PM3). A pesar de que el colectivo indica el uso de objetos matemáticos y su relación con la situación estudiada, sus reportes no describen el proceso matemático utilizado. Si bien argumentan en su proyecto el uso de los modelos y conceptos matemáticos, no presentaron evidencias.

En su video final, frente al primer fenómeno estudiado, el equipo concluyó que hay una alta probabilidad de que un cliente sea engañado, bien sea por el corte o por la maduración. También expresaron que "el modelo de regresión lineal permite realizar predicciones con alta aproximación a la realidad". Sin embargo, la interacción con el resto del grupo sugirió revisar esa afirmación con base en el cumplimiento de supuestos de la regresión y el tipo de datos disponibles.

La literatura internacional ha argumentado que la matemática y la estadística son dos ciencias diferentes; pero en el contexto escolar existe íntima relación entre ellas (González, 2016). Los estudiantes vieron en el curso una oportunidad de

analizar algunas de las prácticas que desarrollan de forma cotidiana en sus labores; la naturaleza de los datos exige usar matemáticas o estadística para analizarlos o resolverlos. De acuerdo con esta característica de los proyectos de modelación, los estudiantes debieron revisar de nuevo sus conocimientos de la estadística y, en algunos casos, buscar expertos en el área para que aportaran sugerencias sobre los métodos y técnicas a usar. Esta experiencia apoyó la naturaleza de la modelación, las herramientas matemáticas y estadísticas y la solución del problema propuesto. Además, en términos de Parra-Zapata, Parra-Zapata y Villa-Ochoa (2017), los futuros profesores también reconocieron la importancia de los métodos, las técnicas y los procedimientos con el alcance de los resultados esperados. Este aspecto aportó a la comprensión de otras características para ampliar el conocimiento que los profesores deben tener sobre la naturaleza de la modelación (CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016).

Proyecto 4 (PM4): Este proyecto consistió en conocer las condiciones necesarias para solicitar un crédito de vivienda y sobre los criterios para aplicar a subsidios gubernamentales. Este equipo utilizó simuladores de los bancos y de las cooperativas financieras. En particular, se preocuparon las condiciones para acceder a compra de vivienda, al iniciar próximamente la vida profesional. Aun cuando presentaron tres posibilidades de proyecto en el momento de creación, manifestaron su deseo de estudiar el tema, ya que la compra de vivienda es una de sus proyecciones a corto plazo.

Durante las asesorías, los participantes manifestaron “usar el ciclo de la modelación para resolver las preguntas”. Una vez definido su tema, usaron el ciclo de modelación (BLUM; LEISS, 2007) como una herramienta que orientaba las acciones que debían realizar. Sin embargo, en algunas de esas fases se sintieron confundidos debido a que los modelos ya estaban contruidos por las instituciones bancarias y no por ellos. Durante las asesorías, los formadores cuestionaron el alcance y los beneficios de los resultados, así como los datos a utilizar, lo que los llevó a delimitar las variables y sus relaciones; particularmente, se enfocaron en los criterios para acceder o no a los subsidios del gobierno. En el informe final, manifestaron que “continuamente estuvimos explorando simuladores, como cambiaban las líneas de crédito, y las condiciones a veces teníamos la respuesta, pero luego teníamos que cambiar porque las condiciones también cambiaban o

porque había cosas [variables] que no habíamos considerado". A diferencia de los anteriores proyectos, este equipo conoció y usó los modelos ya existentes, aspecto que ofrece un conocimiento diferenciado sobre los proyectos en los que se analizan modelos previos. Reconocer las posibilidades pedagógicas del análisis de modelos es un aspecto dentro del conocimiento del profesor (VILLA-OCHOA, 2016). Otro elemento diferenciador fue el carácter exploratorio del análisis de los modelos; los participantes continuamente ingresaban datos, condiciones y elegían opciones en los simuladores, organizaban sus resultados en hojas de cálculo y comparaban para sacar sus conclusiones. Si bien los modelos ya estaban contruidos, las acciones de los estudiantes mostraron cierto carácter de experimentación y sistematización frente a los datos.

En el video final, el equipo menciona la entidad bancaria elegida para el crédito y los argumentos que los llevaron a la elección; sin embargo, reconocen que estos resultados no son generalizables y que, por tanto, cuando deseen hacer compra de vivienda, tendrán que hacer un análisis parecido para poder tomar la decisión. Sobre la naturaleza de la modelación, este proyecto aporta otros dos elementos clave, por un lado, los procedimientos realizados dieron respuesta a su problema y el procedimiento que podría replicarse en una futura oportunidad.

Análisis conjunto de los proyectos. ¿Qué aportó la evaluación formativa?

Los cuatro proyectos presentados se caracterizan por desarrollar temáticas que surgieron de los futuros profesores. Aunque en la etapa de creación debía presentar dos o tres temáticas, la elección de una de ellas se dio a partir de una negociación o del impacto para una de las personas del colectivo. La relevancia de este tipo de proyectos ha sido discutida en la literatura (BORBA; VILLARREAL, 2005; VILLARREAL; ESTELEY; SMITH, 2018); además, se usó como una manera de empoderar a los estudiantes frente al planteamiento y la solución de sus propios problemas. Este empoderamiento también se alinea con uno de los principios de la evaluación formativa en tanto los estudiantes, por ser "beneficiarios" de los resultados de sus proyectos, estuvieron comprometidos con una solución apropiada y argumentada.

Los proyectos de modelación se propusieron como una actividad para desarrollar a lo largo del curso; como tal, no consistió en una tarea asignada y un producto entregado. Tampoco se concibió una actividad de aplicación, aunque se debía poner en práctica los conocimientos del curso. En su lugar, los momentos

establecidos para el acompañamiento sirvieron para que fuera un proceso de construcción a través de la revisión y la colaboración. Esta forma de desarrollar los proyectos también se alinea con los principios de la evaluación formativa en tanto, en los diferentes momentos, se presentaron avances, se recibieron retroalimentaciones por parte de los formadores y los demás participantes y, con base en ello, se tomaron decisiones frente al desarrollo del proyecto.

La variedad de estos proyectos posibilitó que los futuros profesores tuvieran acceso a un conocimiento sobre la diversidad de características de la modelación matemática, por un lado, como proceso en la construcción de modelos; por otro, en la solución de problemas a través del uso de la matemática, el análisis de un modelo matemático y el desarrollo de modelos con estadística. Por ejemplo, las participantes del PM1, señalaron en su video final que “Al principio pensamos que obtener una fórmula o expresión matemática era una condición sine qua non para afirmar que se efectuó un proceso de modelación matemática, pero este proceso nos permitió comprender que también estamos haciendo modelación cuando sistematizamos, comparamos y generamos conclusiones a partir de un conjunto de datos, para tomar una decisión informada en relación con una situación dada”. (PM1) Conforme se evidenció en la sección anterior, en algunos de los grupos existieron preocupaciones por que su proceso no involucró la construcción y la validación de modelos. En ese sentido, el proyecto cumplió un rol formativo para un conocimiento de la naturaleza de la modelación (CETINKAYA; KERTIL; ERBAS; KORKMAZ; ALACACI; CAKIROGLU, 2016). Otros conocimientos que se presentaron en estos proyectos se resumen en la Tabla 4.

Tabla 4 - Aprendizajes y disciplinas presentes en los proyectos.

Aprendizajes	Evidencias
Uso de Tecnología	Organización de los datos en herramientas digitales. Uso de simuladores virtuales. Uso de aplicaciones.
Comunicación/Divulgación	En el momento de creación y presentación final (documento escrito y video) se mostró dominio y capacidad de síntesis. Los documentos escritos tienen formato y muestran claridad en lo expuesto.
Conocimientos matemáticos	Se hizo uso de conocimientos matemáticas como regresión lineal, distribución binomial, tablas de frecuencia, tasa de cambio, análisis e interpretación de datos, entre otros.
Mercadeo/Finanzas	Planes de TV, internet, telefonía. Impacto de un perfil comercial en Instagram. Calidad y rendimiento del ganado bovino. Créditos en entidades financieras. Tasas de interés.

Fuente: Los autores (2020).

Estos conocimientos no se presentaron de manera espontánea en el curso; fueron promovidos por estrategias de formación, entre ellas, las asesorías y las exposiciones orales.

Al respecto, las asesorías se convirtieron en un espacio de revisión, problematización y promoción del desarrollo de proyectos. En la sección anterior, se observaron evidencias de que ofrecieron oportunidades para argumentar sobre las decisiones tomadas e ilustrar caminos, delimitar variables y formas para recoger, organizar y analizar los datos e incluso, en algunos casos, apoyar a los futuros profesores en el manejo de sus emociones. También se caracterizaron por un cuestionamiento de los avances de los estudiantes, por ejemplo, la pertinencia de las acciones desarrolladas para la solución del problema (C2-1) (C2-3). Estos cuestionamientos se basaron en la literatura revisada y en las experiencias vividas en el curso; en las orientaciones y acuerdos establecidos al comienzo y durante el desarrollo de los proyectos.

Al igual que Rendón-Mesa, Esteban Duarte y Villa-Ochoa (2016), este continuo cuestionamiento sobre los modelos y las situaciones o los problemas, también llamado problematización, aporta al avance y a la consolidación de los proyectos. En este sentido, el momento de asesoría se relaciona con el principio de evaluación formativa en el que se aclaran las intenciones y las metas de aprendizaje y se ofrecen retroalimentaciones para promover nuevas acciones para el desarrollo de proyectos.

Las presentaciones orales también tuvieron un rol formativo. En el momento de creación contribuyeron para que los estudiantes formularan ideas y las argumentaran. Por ejemplo, en el proyecto PM3 el colectivo de estudiantes utilizó la distribución binomial para sustentar una de sus conclusiones que fue el engaño a los clientes en una carnicería de la ciudad de Medellín; los participantes presentaron casos y para cada uno definieron unas preguntas en relación con el tipo de corte de carne y su peso. En ambas exposiciones, los demás integrantes del curso, además de conocer los avances y los desarrollos de los proyectos de sus compañeros, podían reconocer posibilidades de acción, realizar recomendaciones y debatir algunos de los resultados y argumentos. Estas reacciones se pueden valorar en dos direcciones, como una manera para que los futuros profesores activen sus conocimientos para aportar y debatir a los demás, y como un feedback

sobre el proceso de sus compañeros. Este doble rol puede interpretarse como una activación de los futuros profesores como un recurso de instrucción en sí (BLACK; WILIAM, 2009).

Los proyectos también ofrecieron oportunidades para que los futuros profesores de matemáticas pusieran en escena los conocimientos que se desarrollaron en el curso, pero, sobre todo, para la apropiación de nuevos conocimientos sobre la modelación. No solo se aplicaron aspectos teóricos sino también, vivieron cada uno de los momentos y enfrentaron la solución y los usos de estrategias propias de las matemáticas y de otras disciplinas para comprender o solucionar una situación o problema. Esto fue posible por la configuración de los momentos descritos en la Tabla 1, que contribuyeron a los proyectos y al desarrollo de conocimientos alrededor de la modelación matemática, aspecto que se fundamentó en la evaluación formativa (BLACK; WILIAM, 1998; 2009).

Conclusiones

En este artículo se reporta que las asesorías y las exposiciones orales tienen un potencial para promover un conocimiento sobre la naturaleza diversa de la modelación matemática, sus estrategias, subprocesos y en la manera de argumentar y comunicar. En consecuencia, el desarrollo de proyectos de modelación que incluyen este tipo de estrategias se constituye en un medio mismo de evaluación formativa, esto es, una oportunidad para poner en escena los conocimientos estudiados, y desarrollar nuevos conocimientos.

Esto pone en evidencia dos características, por un lado, los proyectos que integran estrategias de evaluación formativa, pero también, los proyectos como estrategia de evaluación formativa. Esta última característica puede argumentarse en el hecho de que se diseñaron los ambientes para el desarrollo de proyectos como procesos que involucraran la participación de los futuros profesores en la elección del tema, como desarrolladores de proyectos y como co-evaluadores de los demás proyectos; es decir, su participación se activa con reacciones, comentarios y sugerencias a los demás y no como simples espectadores.

Se reconocen las limitaciones de este estudio en cuanto al contexto y la disponibilidad de tiempo y espacios para llevar a la práctica los conocimientos alcanzados sobre la modelación. Por tanto, se requiere de otros estudios que

indaguen por los diseños de clase y las prácticas profesionales de estos profesores. Este tipo de investigaciones permitirá reconocer otras fases del conocimiento del profesor sobre la modelación matemática que, por su naturaleza, escapa a los propósitos del curso. La realización de estas investigaciones también podría generar un indicador de cómo ajustar el desarrollo de proyectos como estrategia de evaluación formativa, y sobre cómo se integran estrategias de este tipo de evaluación en el interior del proyecto, entre ellas, las asesorías como acompañamiento constante a los estudiantes, las presentaciones a sus compañeros con el fin de promover la co-evaluación y la construcción colectiva de criterios de evaluación.

Agradecimientos

Los autores agradecen al CODI de la Universidad de Antioquia por su apoyo económico al desarrollo del Proyecto: "Fundamentación y desarrollo de una propuesta de formación STEM para profesores de matemáticas" (Código 2018-22989).

Referencias

ARAVENA, M.; CAAMAÑO, C.; GIMÉNEZ, J. Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México, v. 11, n. 1, p. 49-92, 2008. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362008000100003. Acceso en: 10 oct. 2019.

AYDOGAN YENMEZ, A.; ERBAS, A. K.; ALACACI, C.; CAKIROGLU, E.; CETINKAYA, B. Evolution of mathematics teachers' pedagogical knowledge when they are teaching through modeling. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, [S. l.], v. 5, n. 4, p. 317-317, 2017. DOI: 10.18404/ijemst.296552. Disponible en: <https://www.ijemst.net/index.php/ijemst/article/view/102/0>. Acceso en: 15 mar. 2020.

AYDOGAN YENMEZ, A.; ERBAS, A. K.; CAKIROGLU, E.; ALACACI, C.; CETINKAYA, B. Developing teachers' models for assessing students' competence in mathematical modelling through lesson study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, London, v. 48, n. 6, p. 895-912, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2017.1298854>. Disponible en: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0020739x.2017.1298854>. Acceso en: 18 oct. 2019.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: o que é? Por quê? Como?. *Veritati*, Salvador, v. 1, n. 4, p. 73-80, 2004. Disponible en: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acceso en: 22 nov. 2019.

BLACK, P.; WILLIAM, D. Assessment and classroom learning. *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, [S. l.], v. 5, n. 1, p. 7-74, 1998. Disponible en: <https://www.gla.ac.uk/t4/learningandteaching/files/PGCTHE/BlackandWilliam1998.pdf>. Acceso en: 12 abr. 2020.

BLACK, P.; WILLIAM, D. Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, [S. l.], v. 21, n. 1, p. 5-31, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11092-008-9068-5>. Acceso en: 15 feb. 2020.

BLUM, W.; LEISS, D. How do students and teachers deal with modelling problems?. In: HAINES, C.; GALBRAITH, P.; BLUM, W.; KHAN, S. (ed.). *Mathematical modelling: education, engineering and economics-ICTMA 12*. Chichester, UK: Horwood, 2007. p. 222-231.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking*. New York: Springer, 2005.

BRAUN, V.; CLARKE, V. Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, [S. l.], v. 3, n. 2, p. 77-101, 2006. Disponible en:

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/3563462/mod_resource/content/1/Braun%20e%20Clarke%20-%20Traducao_do_artigo_Using_thematic_analys.pdf. Acceso en: 10 abr. 2020.

ÇAVUŞ ERDEM, Z.; DOĞAN, M. F.; GÜRBÜZ, R.; ŞAHİN, S. The reflections of mathematical modeling in teaching tools: textbook analysis. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 61-86, 2017. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/319047970_The_Reflections_of_Mathematical_Modeling_in_Teaching_Tools_Textbook_Analysis. Acceso en: 2 nov. 2019.

CETINKAYA, B.; KERTİL, M.; ERBAS, A. K.; KORKMAZ, H.; ALACACI, C.; CAKIROGLU, E. Pre-service teachers' developing conceptions about the nature and pedagogy of mathematical modeling in the context of a mathematical modeling course. *Mathematical Thinking and Learning*, [S. l.], v. 18, n. 4, p. 287-314, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219932>. Disponible en: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10986065.2016.1219932?journalCode=hmtl20>. Acceso en: 5 sep. 2019.

ENGLISH, L. D. Mathematical modeling in the primary school: children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, Netherlands, v. 63, n. 3, p. 303-323, 2006.

FREJD, P. Modes of modelling assessment: a literature review. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, Netherlands, v. 84, n. 3, p. 413-438, 2013. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10649-013-9491-5>. Acceso en: 18 sep. 2019.

GONZÁLEZ-GÓMEZ, D. Constitución de la Identidad del profesor que enseña estadística. 2014. 196 f. Tesis (Doctorado en Educación) – Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín, 2014. Disponible en: http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6931/1/DifarineyGonzalez_2014_identidadprofesor.pdf. Acceso en: 28 ene. 2020.

JULIE, C.; MUDALY, V. Mathematical modelling of social issues in school mathematics in South Africa chapter. In: BLUM, W.; GALBRAITH, P. L.; HENN, H-W.; NISS, M. (eds.). *Modelling and applications in mathematics education*. Boston: Springer US, 2007. p. 503-510.

KAISER, G. Mathematical modelling and applications in education. In: LERMAN, S. (ed.). *Encyclopedia of mathematics education*. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2014. p. 396-404.

LINGEJÄRD, T. Learning mathematical modelling. *Far East Journal of Mathematical Education*, [S. l.], v. 16, n. 2, p. 149-167, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.17654/ME016020149>. Disponible en: <http://www.pphmj.com/abstract/9768.htm>. Acceso en: 12 mayo 2020.

MOLINA-TORO, J. F.; RENDÓN-MESA, P. A.; VILLA-OCHOA, J. A. Research trends in digital technologies and modeling in mathematics education. *EURASIA: Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, [S. l.], v. 15, n. 8, p. 1-13, 2019. DOI: <https://doi.org/10.29333/ejmste/108438>. Disponible en:

<https://www.ejmste.com/article/research-trends-in-digital-technologies-and-modeling-in-mathematics-education-7693>. Acceso en: 23 feb. 2020.

MOLINA-TORO, J. F.; VILLA-OCHOA, J. A.; SUÁREZ-TÉLLEZ, L. La modelación en el aula como un ambiente de experimentación-con-graficación-y-tecnología: un estudio con funciones trigonométricas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, [S. l.], v. 11, n. 1, p. 87-115, 2018. Disponible en: <https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/506>. Acceso en: 18 oct. 2019.

OWEN, W. F. Interpretive themes in relational communication. *Quarterly Journal of Speech*, Champaign, US, v. 70, n. 3, p. 274-287, 1984.

PARRA-ZAPATA, M. M.; PARRA-ZAPATA, J. N.; VILLA-OCHOA, J. A. Gasto energético en las actividades físicas: una experiencia de modelación matemática en la perspectiva socio-crítica. *RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa*, [Colombia], v. 2, n. 1, p. 57-64, 2017. Disponible en: <http://ojs.asocolme.org/index.php/RECME/article/view/263/260>. Acceso en: 12 jul. 2019.

PARRA-ZAPATA, M. M.; RENDÓN-MESA, P. A.; OCAMPO-ARENAS, M. C.; SÁNCHEZ-CARDONA, J.; MOLINA-TORO, J. F.; VILLA-OCHOA, J. A. Participación de profesores en un ambiente de formación online: un estudio en modelación matemática. *Educación Matemática*, [México], v. 30, n. 1, p. 185-212, 2018. Disponible en: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/vol30/1/Zapata-et-al.pdf>. Acceso en: 14 jul. 2019.

PARRA-ZAPATA, M. M.; VILLA-OCHOA, J. A. Tendencias en investigación en modelación matemática en educación primaria. *RECME: Revista Colombiana de Matemática Educativa*, [Colombia], v. 1, n. 1, p. 235-240, 2015. Disponible en: <https://core.ac.uk/download/pdf/78470701.pdf>. Acceso en: 14 jul. 2019.

RENDÓN-MESA, P. A.; ESTEBAN DUARTE, P. V.; VILLA-OCHOA, J. A. Articulación entre la matemática y el campo de acción de la ingeniería de diseño de producto: componentes de un proceso de modelación matemática. *Revista de la Facultad de Ingeniería*, Caracas, v. 31, n. 2, p. 21-36, 2016. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/320540250_Articulacion_entre_la_matematica_y_el_campo_de_accion_de_un_futuro_ingeniero_de_diseno_de_producto_Componentes_de_un_proceso_de_modelacion_matematica. Acceso en: 22 jul. 2019.

ROMO-VÁZQUEZ, A.; BARQUERO, B.; BOSCH, M. El desarrollo profesional online de profesores de matemáticas en activo: una unidad de aprendizaje sobre la enseñanza de la modelización matemática. *Uni-pluriversidad*, Medellín, v. 19, n. 2, p. 161-183, 2019. DOI: <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.09>. Disponible en: <https://revistas.udea.edu.co/index.php/unip/article/view/340848>. Acceso en: 25 mar. 2019.

STILLMAN, G.; GALBRAITH, P.; BROWN, J.; EDWARDS, I. A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In: WATSON, J.;

BESWICK, K. (ed.). Mathematics: essential research, essential practice: volume 1. Adelaide: MERGA, 2007. p. 688-697.

TUCKETT, A. G. Applying thematic analysis theory to practice: a researcher's experience. *Contemporary Nurse: a Journal for the Australian Nursing Profession*, [S. l.], v. 19, n. 1-2, p. 75-87, 2005.

VALLÉS RAPP, C.; UREÑA ORTÍN, N.; RUIZ LARA, E. La evaluación formativa en docencia universitaria: resultados globales de 41 estudios de caso. *Revista de Docencia Universitaria*, Valencia, v. 9, n. 1, p. 135-148, 2011. DOI: <https://doi.org/10.4995/redu.2011.6184>. Disponible en: <https://polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/6184>. Acceso en: 20 abr. 2020.

VILLA-OCHOA, J. A. Aspectos de la modelación matemática en el aula de clase: el análisis de modelos como ejemplo. In: ARRIETA VERA, J.; DÍAZ MORENO, L. (eds.). *Investigaciones latinoamericanas de modelación de la matemática educativa*. Barcelona: Gedisa, 2016. p. 109-138.

VILLA-OCHOA, J. A. Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas. *Magis: Revista Internacional de Investigación en Educación*, Bogotá, v. 8, n. 16, p. 133-148, 2015. DOI: <https://doi.org/10.11144/Javeriana.m8-16.mmpe>. Disponible en: <https://revistas.javeriana.edu.co/index.php/MAGIS/article/view/14409>. Acceso en: 15 ago. 2019.

VILLA-OCHOA, J. A.; CASTRILLÓN-YEPES, A.; SÁNCHEZ-CARDONA, J. Tipos de tareas de modelación para la clase de matemáticas. *Espaço Plural*, Paraná, v. 18, n. 36, p. 219-251, 2017. Disponible en: <http://e-revista.unioeste.br/index.php/espacoplural/article/view/19718>. Acceso en: 11 dic. 2019.

VILLA-OCHOA, J. A.; JARAMILLO LÓPEZ, C. M. Sense of reality through mathematical modelling. In: KAISER, G.; BLUM, W.; BORROMEO-FERRI, R.; STILLMAN, G. A. (ed.). *Trends in teaching and learning of mathematical modelling*. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2011. p. 701-711.

VILLA-OCHOA, J. A.; ROSA, M.; GAVARRETE, M. E. Aproximaciones socioculturales a la modelación en educación matemática: aportes de una comunidad latinoamericana. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, Pasto, v. 11, n. 1, p. 4-12, 2018. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/11986/1/522-2119-1-PB.pdf>. Acceso en: 15 ago. 2019.

VILLA-OCHOA, J. A.; SÁNCHEZ-CARDONA, J.; RENDÓN-MESA, P. A. Formative assessment of pre-service teachers' knowledge on mathematical modeling. *Mathematics*, Switzerland, v. 9, n. 8, p. 1-15, 2021. DOI: <https://doi.org/10.3390/math9080851>. Disponible en: <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/8/851>. Acceso en: 15 abr. 2021.

VILLARREAL, M. E.; ESTELEY, C. B.; SMITH, S. Pre-service teachers' experiences within modelling scenarios enriched by digital technologies. *ZDM - Mathematics Education*, [S. l.], v. 50, p. 327-341, 2018. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/s11858-018-0925-5>. Acesso em: 15 dic. 2019.

WILIAM, D. Keeping learning on track: integrating assessment with instruction. In: *ANNUAL CONFERENCE OF THE INTERNATIONAL ASSOCIATION FOR EDUCATIONAL ASSESSMENT*, 30., 2004, Philadelphia. *Annals [...]*. Philadelphia: [s. n.], 2004. Disponível em: https://www.dylanwiliam.org/Dylan_Wiliams_website/Papers_files/IAEA_04_paper.pdf. Acesso em: 2 feb. 2020.

WILIAM, D.; THOMPSON, M. Integrating assessment with learning: what will it take to make it work?. In: DWYER, C. A. (ed.). *The future of assessment: shaping teaching and learning*. New York: Routledge, 2007. p. 53-82.