

Avaliação da cobertura educacional nas comunidades autônomas da Espanha utilizando a Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*^I

ANTÔNIA EMANUELA OLIVEIRA DE LIMA^{II}

JOSÉ LENHO SILVA DIÓGENES^{III}

RUI EDUARDO BRASILEIRO PAIVA^{IV}

<http://dx.doi.org/10.22347/2175-2753v16i52.4421>

Resumo

Este estudo visa analisar a complexidade da cobertura educacional nas 17 comunidades autônomas da Espanha, utilizando a teoria dos conjuntos *fuzzy* para lidar com a imprecisão e a incerteza dos dados. Foram desenvolvidos indicadores compostos, como a Abrangência Social da Cobertura de Matrícula (ASC) e a Inclusão de Alunos com Necessidades Especiais (IANE), que combinam múltiplos indicadores simples. Além disso, foi introduzido o indicador AROPE para ajustar os pesos dos indicadores compostos, fornecendo uma visão abrangente das vulnerabilidades socioeconômicas. Os resultados mostram variações significativas na cobertura educacional. A metodologia *fuzzy* revelou-se eficaz na transformação de dados numéricos complexos em categorias linguísticas acessíveis, revelando-se útil para a formulação de políticas educacionais mais inclusivas.

Palavras-chave: Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*; Abrangência Social da Cobertura de Matrícula; Inclusão de Estudantes com Necessidades Especiais; Comunidades Autônomas da Espanha.

Submetido em: 14/10/2023

Aprovado em: 30/08/2024

^I Esta pesquisa é o resultado de um pós-doutorado realizado na Universidade Pública de Navarra, em Pamplona, Espanha, e de reflexões com professores do Programa de Pós-Graduação em Avaliação de Políticas Públicas da Universidade Federal do Ceará.

^{II} Universidade Federal do Ceará (UFC), Fortaleza (CE), Brasil; <https://orcid.org/0000-0002-8244-2616>; e-mail: emanuela.lima@ufc.br.

^{III} Universidade Federal do Ceará (UFC), Fortaleza (CE), Brasil; <https://orcid.org/0000-0001-6423-1316>; e-mail: jlsdiogenes@ufc.br.

^{IV} Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Fortaleza (CE), Brasil; <https://orcid.org/0000-0002-1775-8489>; e-mail: ruieduardobp@yahoo.com.br.

Evaluation of educational coverage in the autonomous communities of Spain using Fuzzy Set Theory

Abstract

This study aims to analyze the complexity of educational coverage in the 17 autonomous communities of Spain, using fuzzy set theory to address the imprecision and uncertainty of the data. Composite indicators, such as the Social Coverage Range (ASC) and the Inclusion of Students with Special Educational Needs (IANE), which combine multiple simple indicators, were developed. Additionally, the AROPE indicator was introduced to adjust the weights of the composite indicators, providing a comprehensive view of socioeconomic vulnerabilities. The results show significant variations in educational coverage. The fuzzy methodology proved effective in transforming complex numerical data into accessible linguistic categories, proving useful for the formulation of more inclusive educational policies.

Keywords: Fuzzy Set Theory; Social Coverage Range; Inclusion of Students with Special Educational Needs; Autonomous Communities of Spain.

Evaluación de la cobertura educativa en las comunidades autónomas de España utilizando la Teoría de Conjuntos *Fuzzy*

Resumen

Este estudio tiene como objetivo analizar la complejidad de la cobertura educativa en las 17 comunidades autónomas de España, utilizando la teoría de conjuntos *fuzzy* para abordar la imprecisión e incertidumbre de los datos. Se desarrollaron indicadores compuestos, como el Alcance Social de la Cobertura de Matrícula (ASC) y la Inclusión de Alumnos con Necesidades Educativas Especiales (IANE), que combinan múltiples indicadores simples. Además, se introdujo el indicador AROPE para ajustar los pesos de los indicadores compuestos, proporcionando una visión amplia de las vulnerabilidades socioeconómicas. Los resultados muestran variaciones significativas en la cobertura educativa. La metodología *fuzzy* demostró ser eficaz en la transformación de datos numéricos complejos en categorías lingüísticas accesibles, resultando útil para la formulación de políticas educativas más inclusivas.

Palabras clave: Teoría de Conjuntos *Fuzzy*; Alcance Social de la Cobertura de Matrícula; Inclusión de Alumnos con Necesidades Educativas Especiales; Comunidades Autónomas de España.

INTRODUÇÃO

A garantia de uma educação pública inclusiva, equitativa e de qualidade, bem como a criação de oportunidades de aprendizado ao longo da vida, constitui um pilar fundamental para a promoção da justiça social, conforme estabelecido na Carta dos Direitos Fundamentais da União Europeia (2000). Na Espanha, como em muitos países, a busca por estes ideais depende da construção de indicadores que representem as realidades educacionais complexas das 17 comunidades autônomas. Cada comunidade, com seus contextos socioeconômicos específicos, apresenta aspectos positivos e negativos na cobertura pública de matrículas no ensino primário^V (Martínez-Virto; Canals Botas, 2022).

Este estudo, ao lançar luz sobre essa complexidade, aspira não apenas a desvelar a heterogeneidade existente nos números referentes às comunidades autônomas, mas também a oferecer uma análise capaz de dissipar a nebulosidade presente nos dados brutos do sistema de educação espanhol.

No contexto da avaliação educacional, um indicador social é uma medida dotada de um significado social, que pode ser usada para orientar a formulação e reformulação de políticas públicas (Januzzi, 2006). Cada indicador de políticas públicas é uma ferramenta para a avaliação e monitoramento das ações governamentais, oferecendo uma visão quantitativa ou qualitativa sobre a evolução das políticas implementadas. Eles servem para substituir, quantificar ou operacionalizar conceitos sociais abstratos. No contexto educacional, por exemplo, indicadores como a taxa de matrícula são frequentemente utilizados para medir o acesso à educação (Januzzi, 2006).

Indicadores simples medem diretamente um único aspecto ou variável de interesse, como a taxa de matrícula escolar. Eles fornecem uma visão direta e específica do fenômeno analisado, permitindo uma interpretação clara e imediata dos dados (Januzzi, 2006). Essa simplicidade pode ser uma limitação para captar a complexidade das realidades sociais e econômicas, fornecendo uma visão limitada das políticas públicas.

Para enfrentar essa limitação, a metodologia da construção de indicadores pode ser usada para construir indicadores compostos, sintéticos ou índices sociais. Esses são elaborados mediante a aglutinação de dois ou mais indicadores simples,

^V O ensino primário na Espanha refere-se à educação básica obrigatória, que abrange alunos com idades entre seis e 12 anos, correspondendo aos níveis de primeiro ao sexto ano do ensino fundamental (Souza; Batista, 2017).

referidos a uma mesma ou diferentes dimensões da realidade social. Esses indicadores compostos oferecem uma visão mais holística e integrada de fenômenos complexos, permitindo uma análise mais sofisticada e contextualizada, revelando inter-relações entre diferentes dimensões das políticas públicas (Januzzi, 2006).

Os indicadores simples sobre a cobertura de matrícula de alunos no ensino primário na Espanha, quando combinados com outros indicadores sociais complexos, podem se tornar opacos (Januzzi, 2002). Considerando que a complexidade dos indicadores educacionais das 17 comunidades autônomas exige uma abordagem analítica que possa capturar as nuances e incertezas inerentes aos dados, este estudo utiliza a teoria dos conjuntos *fuzzy* para lidar com a imprecisão e a incerteza, transformando dados numéricos complexos em categorias linguísticas acessíveis, como "baixa", "média" ou "alta".

Na perspectiva da lógica *fuzzy*, a análise de indicadores de políticas públicas permite lidar com a imprecisão e a incerteza inerentes aos dados sociais. A nebulosidade dos indicadores surge da complexidade dos fenômenos sociais, que raramente podem ser capturados de forma binária ou exata. A teoria *fuzzy* permite que indicadores sejam tratados como variáveis linguísticas, graduando a cobertura de matrícula em diferentes níveis de qualidade, proporcionando uma análise mais nuançada. Isso é particularmente útil em contextos em que os indicadores simples e compostos apresentam variações significativas e onde o contexto socioeconômico, como o índice AROPE, introduz adicionalmente camadas de incerteza que precisam ser integradas na análise (Zadeh, 1965; Januzzi, 2006).

Assim, para alcançar uma análise mais precisa e abrangente da cobertura educacional, foram desenvolvidos indicadores compostos específicos. O indicador composto de Abrangência Social da Cobertura de Matrícula (ASC) foi construído com base nos seguintes indicadores simples: a porcentagem de alunos matriculados em instituições de ensino primário públicas; a porcentagem de alunos matriculados em instituições de ensino primário concertadas^{VI}; e a porcentagem de alunos matriculados em instituições de ensino primário privadas. Esta estrutura permite uma visão mais equilibrada e detalhada da distribuição de matrículas entre diferentes tipos de instituições educacionais.

^{VI} O sistema educacional da Espanha possui três tipos de centros: públicos, privados concertados e privados não concertados, previstos na Lei Orgânica de 8/1985. Os centros concertados recebem financiamento público parcial para oferecer educação básica, formalizando concertos com a Administração educativa competente (Espanha, 1985).

Paralelamente, o indicador composto de Inclusão de Alunos com Necessidades Especiais (IANE) foi desenvolvido para capturar a integração de alunos com necessidades especiais no sistema educacional. Este indicador é constituído pelo número de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições públicas, em instituições concertadas e pelo número total e relativo de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições privadas. A inclusão desses subindicadores oferece uma perspectiva detalhada e diferenciada sobre a integração de alunos com necessidades especiais em diferentes contextos institucionais.

Para a investigação das interrelações complexas entre esses indicadores, foi introduzido um indicador sintético de realidade social, específico para cada comunidade autônoma, com o intuito de estabelecer uma métrica mais abrangente e equitativa. Este indicador, denominado AROPE, combina dimensões de risco de pobreza, privação material severa e baixa intensidade de trabalho, fornecendo uma visão abrangente das vulnerabilidades socioeconômicas em cada comunidade autônoma (Llano Ortiz, 2018; Faura-Martínez; Lafuente-Lechuga; García-Luque, 2016).

Do ponto de vista da teoria *fuzzy*, o artigo aborda várias nebulosidades, especialmente, a nebulosidade associada aos centros concertados. Ao avaliar tanto os alunos sem necessidades especiais quanto os alunos com necessidades especiais e integrar esses dados com o AROPE, juntamente com a combinação de instituições 100% públicas e privadas, obtemos uma imagem mais precisa da extensão da abrangência da cobertura pública. A complexidade dos dados é exacerbada pela nebulosidade presente em cada indicador primário, bem como nos indicadores compostos (ASC e IANE), os quais são ainda mais complexos devido ao AROPE. A combinação algébrica desses indicadores compostos resulta em uma nebulosidade final, denominada índice *fuzzy* associado à cobertura educacional. A teoria *fuzzy*, então, converte essa nebulosidade da linguagem matemática para uma linguagem social acessível, categorizando a cobertura pública como baixa, média ou alta. Esse método permite uma interpretação mais intuitiva e prática dos dados, facilitando a formulação de políticas educacionais mais eficazes.

A aplicação desses indicadores, em conjunto com a metodologia *fuzzy*, oferece uma análise detalhada e precisa das variáveis na avaliação da abrangência e inclusividade do sistema educacional espanhol, proporcionando evidências para a formulação de políticas públicas que promovam uma educação

inclusiva e equitativa. Assim, a análise aqui apresentada não se limita a oferecer um diagnóstico sobre o estado atual da cobertura de matrícula nas Comunidades Autônomas da Espanha. Ela se estende para fornecer uma ferramenta para a avaliação e formulação de políticas públicas, com potencial para ser utilizada em diferentes contextos e com variados indicadores. Este artigo se propõe a ser um marco na análise de políticas educacionais, servindo como uma lente através da qual os decisores políticos, acadêmicos e outros *stakeholders* possam vislumbrar, com maior clareza e profundidade, o panorama da cobertura de matrícula, orientando estratégias e ações para um futuro mais inclusivo e equitativo das políticas de educação.

Metodologicamente, este estudo se ancorou na teoria dos conjuntos *fuzzy*, aplicando uma abordagem que combina análise de indicadores numéricos e linguísticos para explorar e interpretar as disparidades na cobertura de matrícula entre as comunidades autônomas da Espanha. A pesquisa se desenrola em várias etapas, iniciando com a coleta e organização de dados empíricos, seguida da aplicação de funções de pertinência para avaliar os indicadores de interesse, e culminando na avaliação e categorização *fuzzy* das comunidades. O estudo busca responder à seguinte pergunta de pesquisa: Como a cobertura de matrícula nas comunidades autônomas da Espanha varia em termos de abrangência social da cobertura de matrícula e inclusão de estudantes com necessidades especiais quando avaliada através de uma abordagem de conjuntos *fuzzy*?

Os dados usados neste estudo provêm do sistema estadual de indicadores de educação do Ministério da Educação e Formação Profissional da Espanha e se referem ao período 2019-2020 (Espanha, 2023). Os indicadores para a análise das dimensões analisadas neste estudo foram extraídos do portal oficial desse ministério. Cada indicador será submetido a uma avaliação *fuzzy* para determinar o seu grau de pertinência em diferentes cenários ou contextos educacionais. Esta abordagem permite uma análise mais matizada e detalhada dos dados, considerando as variáveis subjacentes e as complexidades inerentes ao sistema educacional.

Figura 1 - Imagem da fonte de obtenção dos indicadores educacionais da Espanha



Fonte: Espanha (2023).

LÓGICA FUZZY NA ANÁLISE DE INDICADORES EDUCACIONAIS

A teoria da lógica *fuzzy*, formalizada inicialmente por Lotfi A. Zadeh (1965), provê um arcabouço teórico-metodológico robusto para o tratamento de dados e informações imprecisas ou ambíguas. Zadeh (1965) articulou a teoria mediante uma função de pertinência $\mu_A: X \rightarrow [0,1]$, que associa a cada ponto $x \in X$ um número real no intervalo $[0,1]$. Aqui, $\mu_A(x)$ representa o grau de pertinência de x em relação a A . Nesse contexto, a pertinência de x em A é medida em escala ordinal, com valores intermediários entre 0 e 1. O valor 0 indica ausência absoluta, o valor 1 indica presença absoluta, e os valores intermediários indicam presença parcial de x em A .

A lógica *fuzzy* constitui uma extensão da lógica clássica, permitindo uma abordagem mais nuançada à incerteza e à imprecisão que são inerentes aos fenômenos reais. Ela oferece um conjunto de ferramentas matemáticas para representação do conhecimento, inferência e tomada de decisão em contextos caracterizados pela incerteza. Isso é possível porque um elemento pode pertencer a um ou mais conjuntos *fuzzy* com certos graus de pertinência. Assim, vai além da Teoria Clássica dos Conjuntos, que define um conjunto A em um universo X mediante uma função característica $\mu_A: X \rightarrow \{0,1\}$, que fornece uma descrição binária e definitiva do conjunto A . Nesse caso, cada conjunto A de um universo X é definido pela função $\mu_A: X \rightarrow \{0,1\}$ dada por:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in A \\ 0, & \text{se } x \notin A. \end{cases} \quad (1)$$

A teoria dos conjuntos *fuzzy* é particularmente relevante para o estudo de indicadores sociais complexos como a ASC e a IANE. Em tais contextos, a relação de pertinência entre elementos e conjuntos é frequentemente imprecisa e não pode ser adequadamente capturada por uma abordagem binária. Assim, empregamos conjuntos *fuzzy* para modelar a ASC e a IANE. Nesta seção, detalhamos a metodologia empregada na utilização da lógica *fuzzy* para analisar a cobertura de matrícula no ensino primário nas Comunidades Autônomas da Espanha nas duas dimensões contempladas pelo estudo.

Para a análise da dimensão 1 (ASC), os indicadores simples foram extraídos do portal oficial do Ministério da Educação e Formação Profissional da Espanha, e incluem: a) porcentagem de alunos matriculados em instituições de ensino primário públicas (+); b) porcentagem de alunos matriculados em instituições de ensino primário concertadas (+); e c) porcentagem de alunos matriculados em instituições de ensino primário privadas (-).

Para a análise da dimensão 2 (IANE), os indicadores simples analisados são: a) número de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições públicas; b) número de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições concertadas; e c) número total e relativo de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições privadas.

Para aprofundar a análise, os indicadores compostos ASC e IANE foram desenvolvidos com base nesses indicadores simples. Utilizando notação matemática e fórmulas específicas da lógica *fuzzy*, avaliamos a proporção de alunos com necessidades educacionais especiais em relação ao total da população estudantil em cada Comunidade Autônoma.

A avaliação qualitativa dos indicadores será realizada atribuindo-se os símbolos (+) e (-) aos indicadores para denotar a natureza positiva ou negativa de sua relação com as dimensões em estudo. Indicadores marcados com (+) têm um impacto diretamente proporcional na dimensão correspondente, enquanto aqueles marcados com (-) têm um impacto inversamente proporcional.

Para cada Comunidade Autônoma, denotada por α , consideraram-se os seguintes parâmetros: a) $N_{público}$: número de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições educacionais públicas; b) $N_{concertado}$: número de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições

concertadas; e c) $N_{privado}$: número de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em instituições privadas.

Com base nesses parâmetros, definimos os seguintes indicadores de inclusão de alunos com necessidades especiais para cada Comunidade Autônoma α :

$$P_{p\u00fablico} = \frac{N_{p\u00fablico}}{N_{p\u00fablico} + N_{concertado} + N_{privado}} \times 100.$$

De maneira an\u00e1loga, as propor\u00e7\u00f5es de alunos com necessidades educacionais especiais integrados em institui\u00e7\u00f5es concertadas e privadas s\u00e3o definidas, respectivamente, como:

$$P_{concertado} = \frac{N_{concertado}}{N_{p\u00fablico} + N_{concertado} + N_{privado}} \times 100,$$

ou

$$P_{privado} = \frac{N_{privado}}{N_{p\u00fablico} + N_{concertado} + N_{privado}} \times 100.$$

Em decorr\u00eancia dessa formula\u00e7\u00e3o, os indicadores compostos que ser\u00e3o objeto de nossa an\u00e1lise s\u00e3o: d) propor\u00e7\u00e3o de alunos com necessidades educacionais especiais matriculados em institui\u00e7\u00f5es p\u00fablicas de ensino prim\u00e1rio (+); e) propor\u00e7\u00e3o de alunos com necessidades educacionais especiais matriculados em institui\u00e7\u00f5es concertadas de ensino prim\u00e1rio (+); e f) propor\u00e7\u00e3o de alunos com necessidades educacionais especiais matriculados em institui\u00e7\u00f5es privadas de ensino prim\u00e1rio (-).

A aplica\u00e7\u00e3o da l\u00f3gica *fuzzy* no exame de indicadores educacionais envolve a identifica\u00e7\u00e3o de dimens\u00f5es cr\u00edticas para a an\u00e1lise contextual. No \u00e2mbito das pol\u00edticas p\u00fablicas, o direito universal e gratuito \u00e0 educa\u00e7\u00e3o \u00e9 uma prerrogativa inalien\u00e1vel. Portanto, uma metodologia foi adotada para categorizar os indicadores em rela\u00e7\u00e3o \u00e0 sua contribui\u00e7\u00e3o para as dimens\u00f5es em estudo, utilizando os s\u00edmbolos (+) e (-). Indicadores designados com o s\u00edmbolo (+) estabelecem uma rela\u00e7\u00e3o de proporcionalidade direta com a dimens\u00e3o correspondente. Um exemplo cl\u00e1ssico \u00e9 a porcentagem de alunos inscritos em institui\u00e7\u00f5es p\u00fablicas de ensino, onde valores mais elevados denotam um impacto positivo na inclus\u00e3o social.

Contrastantemente, indicadores marcados com o s\u00edmbolo (-) possuem uma rela\u00e7\u00e3o de proporcionalidade inversa com a dimens\u00e3o em quest\u00e3o. Isso implica que um aumento no valor do indicador tem um efeito negativo na dimens\u00e3o analisada.

Um exemplo pertinente seria a porcentagem de alunos matriculados em instituições de ensino primário privadas. Um aumento nessa métrica sinalizaria uma diminuição na ASC pública. Similarmente, uma alta porcentagem de alunos com necessidades especiais inscritos em instituições privadas implicaria em uma menor inclusão desses alunos no sistema de cobertura pública.

Subsequentemente à avaliação individualizada da correlação entre os indicadores e suas respectivas dimensões, a pesquisa avançou para a investigação das interrelações complexas entre esses indicadores. Foi introduzido um indicador sintético de realidade social, específico para cada comunidade autônoma, com o intuito de estabelecer uma métrica mais abrangente e equitativa. Neste contexto, o indicador adotado como referencial para a realidade social foi o AROPE (*At Risk of Poverty or Exclusion*), concebido pela *European Network Against Poverty and Social Exclusion*. Este índice se destina a classificar populações que se encontram em condições de vulnerabilidade socioeconômica, particularmente aquelas em risco de pobreza ou exclusão.

Tabela 1 - Distribuição percentual dos indicadores relativos à dimensão da ASC

Comunidades Autônomas	(a) Alunos matriculados em centros públicos (%)	(b) Alunos matriculados em centros concertados (%)	(a)+(b)	(c) Alunos matriculados em centros privados (%)	AROPE (%)
Andalucía	76,30	19,80	96,10	3,80	35,10
Aragón	69,30	28,00	97,30	2,70	18,50
Astúrias	70,00	27,10	97,10	2,80	27,70
Balears, Illes	63,10	31,00	94,10	5,90	22,00
Canárias	73,70	20,50	94,20	5,70	36,30
Cantabria	67,60	32,30	99,90	0,10	23,70
Castilla y León	66,30	33,20	99,50	0,50	19,80
Castilla-La Mancha	80,70	18,50	99,20	0,80	29,80
Cataluña	66,90	30,40	97,30	2,70	22,80
C. Valenciana	67,40	27,30	94,70	5,30	29,30
Extremadura	78,50	21,00	99,50	0,50	38,70
Galícia	70,20	27,60	97,80	2,20	25,70
Madrid, C. de	54,50	36,20	90,70	9,40	20,90
Murcia, R. de	69,60	29,00	98,60	1,40	29,70
Navarra	65,60	34,00	99,60	0,40	12,00
País Vasco	51,80	47,20	99,00	1,00	13,90
Rioja, La	65,40	34,40	99,80	0,20	19,00

Fonte: Espanha (2023)^{vii}.

^{vii} É importante observar que a soma das colunas (a), (b) e (c) para algumas comunidades autônomas não resulta em 100%. Isso é evidente, por exemplo, na comunidade de Andalucia, onde a soma é 99,9% ao invés de 100%. Essa

O Indicador de Realidade Social (AROPE) é uma métrica fundamental na avaliação socioeconômica, especialmente ao se considerar contextos que buscam amalgamar distintos fatores que concorrem para o desenho de uma realidade multifacetada e complexa. Inicialmente proposto como um indicador-chave pela Estratégia Europa 2020, o AROPE é delineado para abarcar uma compreensão mais holística e inclusiva das variáveis socioeconômicas que permeiam uma sociedade. Ele é composto por três dimensões principais: risco de pobreza, privação material severa e morar em um domicílio com baixa intensidade de trabalho. Cada um destes domínios proporciona uma visão penetrante sobre os diferentes aspectos e nuances da desigualdade e da vulnerabilidade social (García-Pardo; Bárcena-Martín; Pérez-Moreno, 2021).

O risco pobreza é caracterizado pelo rendimento disponível líquido *per capita* inferior a 60% da mediana nacional. Este indicador é fundamental para ilustrar disparidades econômicas, refletindo o acesso aos recursos financeiros e, por extensão, a possibilidade de participação ativa e igualitária na sociedade. A privação material severa, por sua vez, engloba a incapacidade de arcar com um conjunto de itens considerados desejáveis ou necessários para manter um padrão de vida adequado, como uma alimentação balanceada, aquecimento adequado no lar ou a capacidade de enfrentar despesas inesperadas. Esta perspectiva ilumina as facetas do bem-estar e qualidade de vida, retratando como os cidadãos podem vivenciar sua existência cotidiana em termos de conforto e segurança. Por fim, a baixa intensidade de trabalho foca nos membros em idade ativa e empregados no domicílio, fornecendo *insights* sobre a participação no mercado de trabalho e a estabilidade empregatícia. Isso reflete não apenas as oportunidades econômicas, mas também o engajamento social e a autonomia individual e coletiva.

Ao se comparar as percentagens de matrícula em instituições públicas (ou concertadas) entre Navarra e Cantabria sem considerar o respectivo (AROPE) — que são 12% para Navarra e 23,7% para Cantabria —, corre-se o risco de efetuar uma avaliação enviesada. O mesmo princípio aplica-se à comparação da soma percentual de matrículas em instituições públicas e concertadas entre as duas comunidades: 99,6% para Navarra e 99,9% para Cantabria. Tal observação é pertinente porque, apesar de ambas as percentagens serem semelhantes, a

díscrepância pode ser atribuída a arredondamentos realizados na fonte dos dados, obtidos junto ao Ministério da Educação e Formação Profissional (Espanha, 2023).

comunidade de Navarra apresenta uma abrangência proporcionalmente maior em sua política pública de cobertura, dado que o índice AROPE de Cantabria é quase o dobro do de Navarra. Portanto, uma análise descuidada pode induzir a interpretações distorcidas, inclusive quando comparadas com outras comunidades, como La Rioja ou Castilla y León.

Além disso, o indicador de realidade social desvela que a comunidade de Navarra, mesmo possuindo o menor índice AROPE, possui uma política de cobertura de matrícula que é inclusiva para alunos com necessidades especiais. Isso contrasta, por exemplo, com a situação em Galicia, onde o índice AROPE é de 25,7%, como é possível visualizar na tabela 2.

Tabela 2 - Indicadores da dimensão da IANE

Comunidades Autônomas	Nº de alunos com necessidades especiais integrados em centros públicos	Nº de alunos com necessidades especiais integrados em centros concertados	Nº de alunos com necessidades especiais integrados em centros privados	(d) Alunos com necessidades especiais integrados em centros públicos (%)	(e) Alunos com necessidades especiais integrados em centros concertados (%)	(f) Alunos com necessidades especiais integrados em centros privados (%)	AROPE (%)
Andalucía	15.716	3.345	94	82,05	17,46	0,49	35,10
Aragón	1.149	355	3	76,24	23,56	0,20	18,50
Astúrias	1.528	497	16	74,87	24,35	0,78	27,70
Balears, Illes	1.549	582	46	71,15	26,73	2,11	22,00
Canárias	2.833	404	51	86,16	12,29	1,55	36,30
Cantabria	681	218	1	75,67	24,22	0,11	23,70
Castilla y León	2.907	938	8	75,45	24,34	0,21	19,80
Castilla-La Mancha	3.095	385	11	88,66	11,03	0,32	29,80
Cataluña	8.092	2.106	35	79,08	20,58	0,34	22,80
C. Valenciana	3.623	848	151	78,39	18,35	3,27	29,30
Extremadura	704	74	1	90,37	9,50	0,13	38,70
Galicia	4.872	1.626	86	74,00	24,70	1,31	25,70
Madrid, C. de	8.836	2.466	472	75,05	20,94	4,01	20,90
Murcia, R. de	4.518	1.100	19	80,15	19,51	0,34	29,70
Navarra	1.507	644	0	70,06	29,94	0,00	12,00
País Vasco	2.559	1.537	18	62,20	37,36	0,44	13,90
Rioja, La	457	154	1	74,67	25,16	0,16	19,00

Fonte: Espanha (2023).

FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA APLICADA À DIMENSÃO DA ASC

Para aprimorar a análise da ASC no ensino primário das diversas comunidades autônomas da Espanha, os indicadores analisados foram representados matematicamente como elementos de um conjunto *fuzzy*, descritos por uma função

de pertinência, onde a ASC é definida como a capacidade de proporcionar acesso equitativo e inclusivo ao sistema de educação.

A representação matricial dos indicadores organizou os dados empíricos oriundos do Ministério da Educação e Formação Profissional da Espanha (2019-2020) em uma matriz de dimensões 17×3 , correspondendo às 17 comunidades autônomas e aos três indicadores de interesse, a saber: percentual de alunos matriculados em centros públicos, em centros concertados e em centros privados. Cada linha da matriz é, então, representada como uma trinca ordenada. Por exemplo, na linha 9 da Tabela 01, a tríade ordenada (66.9, 30.4, 2.7) ilustra os valores percentuais para os indicadores designados como (a), (b) e (c) para a comunidade autônoma da Catalunha.

Neste contexto, se α representa o índice da linha ($\alpha = 1, \dots, 17$) e β o índice da coluna ($\beta = 1, 2, 3$), então $x_{\alpha\beta}$ simboliza o valor percentual correspondente ao indicador β da comunidade α . Assim, essa trinca ordenada na linha correspondente à comunidade da Catalunha indica que 66.9% dos alunos estão matriculados em centros públicos, 30.4% em centros concertados e 2.7% em centros privados.

Dado que $x_{\alpha\beta}$ representa um valor em termos percentuais, o intervalo $[0,100]$ serve como o universo de discurso adequado para esta análise. Em conformidade, a função de pertinência (ou grau de relevância) para cada indicador β é estabelecida matematicamente como $\mu_{\beta}: [0,100] \rightarrow [0,1]$, onde $\mu_{\beta}(x_{\alpha\beta})$ indica o grau de pertinência da comunidade autônoma α ao conjunto *fuzzy* que quantifica a ASC, em relação ao indicador β .

Adicionalmente, uma tripla (u_1, u_2, u_3) é estabelecida para demarcar os limiares mínimos necessários para avaliar o grau de ASC para cada comunidade α . Em termos formais, se um indicador β manifesta em uma comunidade α um valor $x_{\alpha\beta}$ menor ou igual a u_{β} ($\beta = 1, 2, 3$), então o grau de pertinência dessa comunidade para o indicador β será zero. Ou seja, se $x_{\alpha\beta} \leq u_{\beta}$ então $\mu_{\beta}(x_{\alpha\beta}) = 0$.

De modo complementar, uma terna (v_1, v_2, v_3) é designada para estabelecer os valores que são considerados suficientes para alcançar o grau máximo de pertinência na ASC para cada comunidade α . Isso significa que, se um indicador β exibe um valor $x_{\alpha\beta}$ que é maior ou igual a v_{β} ($\beta = 1, 2, 3$), então o grau de pertinência dessa comunidade para o indicador β será 1. Ou seja, se $x_{\alpha\beta} \geq v_{\beta}$, então $\mu_{\beta}(x_{\alpha\beta}) = 1$.

Para estabelecer a função de pertinência, adotamos diferentes abordagens dependendo da relação do indicador com a ASC. Utilizamos uma fórmula específica para indicadores que têm uma relação diretamente proporcional, a equação (2), e outra para aqueles com uma relação inversamente proporcional a ASC, a equação (3).

Assim, as equações (2) e (3), a seguir, quantificam o valor do índice *fuzzy* para o indicador β na comunidade α . Os parâmetros μ_β e v_β correspondem, respectivamente, aos limiares mínimo e máximo para avaliar o grau de abrangência do indicador β na comunidade α em questão.

$$\mu_\beta(x_{\alpha\beta}) = \begin{cases} 0, & \text{se } x_{\alpha\beta} \leq u_\beta \\ \frac{x_{\alpha\beta} - u_\beta}{v_\beta - u_\beta}, & \text{se } u_\beta < x_{\alpha\beta} < v_\beta \\ 1, & \text{se } x_{\alpha\beta} \geq v_\beta \end{cases} \quad (2)$$

$$\mu_\beta(x_{\alpha\beta}) = \begin{cases} 0, & \text{se } x_{\alpha\beta} \leq u_\beta \\ \frac{v_\beta - x_{\alpha\beta}}{v_\beta - \mu_\beta}, & \text{se } u_\beta < x_{\alpha\beta} < v_\beta \\ 1, & \text{se } x_{\alpha\beta} \geq v_\beta \end{cases} \quad (3)$$

Para determinar os valores u_β e v_β para cada indicador β , foi feita uma análise considerando a série de valores relevantes na mesma coluna do indicador, assim como sua relação proporcional com a cobertura de matrícula. Este procedimento foi executado da seguinte maneira:

- Para $\beta = 1$, dado que a relação com a ASC é direta, u_1 é o valor mínimo entre os 17 valores de entrada na coluna 1 da Tabela 01. Ou seja, $u_1 = \min_{\alpha=1,\dots,17} (x_{\alpha 1})$. Similarmente, v_1 é o valor máximo dentre os 17 valores de entrada na coluna 1, isto é, $v_1 = \max_{\alpha=1,\dots,17} (x_{\alpha 1})$.
- Para $\beta = 2$, semelhante ao caso anterior, u_2 e v_2 são, respectivamente, o valor mínimo e máximo entre os 17 valores de entrada na coluna 2 da Tabela 01.
- Para $\beta = 3$, dado que a relação com a ASC é inversa, u_3 é o valor máximo e v_3 é o valor mínimo entre os 17 valores de entrada na coluna 3 da Tabela 01.

Assim, o índice *fuzzy* gerado é relativo, já que o índice de uma comunidade para um dado indicador é influenciado pelos valores das outras comunidades para o mesmo indicador.

Com base no índice relativo, foi necessário agregar esses indicadores para avaliar a ASC em cada comunidade autônoma. Considerando o AROPE, optou-se por uma média ponderada para a agregação. Os pesos foram estabelecidos como funções lineares do índice AROPE para cada comunidade autônoma, e convertidos em valores decimais.

Para oferecer uma representação mais precisa, os pesos w_1 e w_2 foram atribuídos para os indicadores $\beta = 1$ e $\beta = 2$, respectivamente, levando em consideração sua importância direta para a ASC na comunidade α . Esses pesos são calculados como $w_1 = w_2 = 1 - \frac{AROPE(\alpha)}{100}$.

Para o indicador $\beta = 3$, que tem um impacto negativo sobre a ASC na comunidade α , o peso w_3 é definido como $w_3 = 1 - 2 \times \frac{AROPE(\alpha)}{100}$.

Assim sendo, a ASC para a α -ésima comunidade autônoma da Espanha é formulado pela equação (4), que será apresentada na Tabela 03. Esta tabela incluirá o índice fuzzy para cada indicador β , bem como o índice decimal AROPE e a ASC para cada comunidade.

$$ASC(\alpha) = \frac{\sum_{\beta=1}^3 \omega_{\beta} \cdot \mu_{\beta}(x_{\alpha\beta})}{\sum_{\beta=1}^3 \omega_{\beta}} \quad (4)$$

Tabela 3 - Índice fuzzy para cada indicador β , valor decimal do AROPE e ASC da comunidade α

Comunidades Autônomas	Índice fuzzy de alunos matriculados em centros públicos ($\beta = 1$)	Índice fuzzy de alunos matriculados em centros concertados ($\beta = 2$)	Índice fuzzy de alunos matriculados em centros privados ($\beta = 3$)	$\frac{AROPE}{100}$	ASC
Andalucía	0,7	0,3	0,88	0,35	0,57
Aragón	0,5	0,5	0,95	0,19	0,63
Astúrias	0,4	0,5	0,81	0,28	0,57
Balears, Illes	0,3	0,6	0,47	0,22	0,47
Canarias	0,9	0,1	0,61	0,36	0,50
Cantabria	0,5	0,5	0,97	0,24	0,62
Castilla y León	0,5	0,5	0,95	0,20	0,62
Castilla-La Mancha	0,9	0,1	0,92	0,30	0,59
Cataluña	0,6	0,4	0,92	0,23	0,61
C. Valenciana	0,6	0,3	0,18	0,29	0,39

Continua

Conclusão

Comunidades Autônomas	Índice fuzzy de alunos matriculados em centros públicos ($\beta = 1$)	Índice fuzzy de alunos matriculados em centros concertados ($\beta = 2$)	Índice fuzzy de alunos matriculados em centros privados ($\beta = 3$)	$\frac{AROPE}{100}$	ASC
Extremadura	1,0	0,0	0,97	0,39	0,57
Galícia	0,4	0,5	0,67	0,26	0,53
Madrid, C. de	0,5	0,4	0,00	0,21	0,32
Murcia, R. de	0,6	0,4	0,92	0,30	0,59
Navarra	0,3	0,7	1,00	0,12	0,66
País Vasco	0,0	1,0	0,89	0,14	0,62
Rioja, La	0,4	0,6	0,96	0,19	0,63

Fonte: Os autores (2023).

FUNÇÃO DE PERTINÊNCIA PARA A DIMENSÃO DA IANE

Este estudo dedica uma atenção particular à inclusão de alunos com necessidades educativas especiais nas várias comunidades autônomas da Espanha, uma questão relevante nas políticas e práticas educacionais. A fim de investigar o percentual de alunos do ensino primário com necessidades educativas especiais incluídos em centros públicos ou concertados, em relação ao total de alunos do ensino primário com necessidades educativas especiais incluídos em cada comunidade autônoma, outros indicadores foram construídos a partir dos inicialmente extraídos.

É importante destacar uma peculiaridade intrínseca ao sistema educacional espanhol que influencia diretamente a nossa análise: a distinção e relação entre os centros públicos e concertados. Diferentemente de algumas percepções globais acerca da educação pública e privada, na Espanha, o panorama é moldado por nuances específicas que exigem uma atribuição de pesos iguais a ambos os tipos de centros na nossa análise.

Na Espanha, os centros públicos oferecem educação gratuita, enquanto os centros concertados, embora demandem um pagamento, não devem ser diretamente equiparados a instituições privadas tradicionais. A mera análise quantitativa poderia, erroneamente, interpretar um maior número de matrículas em centros públicos como um indicador direto de maior igualdade de acesso à educação. No entanto, esta interpretação não contempla as particularidades

culturais e socioeconômicas inerentes a algumas comunidades autônomas da Espanha.

Tomemos, por exemplo, o País Basco, uma região que abriga uma forte identidade cultural. Nos centros concertados desta comunidade, existe uma proeminente cobertura que emerge de um interesse local em preservar e promover a língua e a cultura nativa. Dessa forma, a prevalência e escolha por centros concertados não são unicamente pautadas por condições socioeconômicas, mas também por uma intenção de imersão e perpetuação cultural.

Desta forma, a atribuição de pesos iguais aos centros públicos e concertados na nossa análise considera essas peculiaridades, assegurando que as nuances culturais e socioeconômicas sejam levadas em conta nos resultados do estudo. Assim como na dimensão da ASC, a inclusão de alunos especiais foi avaliada utilizando uma abordagem similar.

Os indicadores listados na Tabela 02, identificados como (d), (e) e (f), são organizados em uma matriz de 17 linhas e 3 colunas. Dado que os valores $x_{\alpha\beta}$ são números reais não-negativos, optamos pelo intervalo $[0,100]$ como universo de discurso. Neste cenário, o grau de pertinência de cada indicador β é formalizado pela função $\mu_{\beta}: [0,100] \rightarrow [0,1]$. Esta função expressa o grau com o qual uma comunidade autônoma a pertence ao conjunto *fuzzy* de inclusão de alunos especiais, relacionado ao indicador β .

Para indicadores que possuem uma relação diretamente proporcional com o nível de inclusão de alunos especiais, aplicamos a equação (2) anteriormente descrita para determinar a função de pertinência. Em contrapartida, para indicadores que mantêm uma relação inversamente proporcional, empregamos a equação (3).

Os valores limites u_{β} e v_{β} para cada indicador β , bem como a determinação dos pesos associados aos indicadores (d), (e) e (f), seguem os mesmos critérios detalhados para a dimensão da ASC. Adicionalmente, mantivemos o uso da média ponderada descrita na equação (4) como método de agregação dos indicadores.

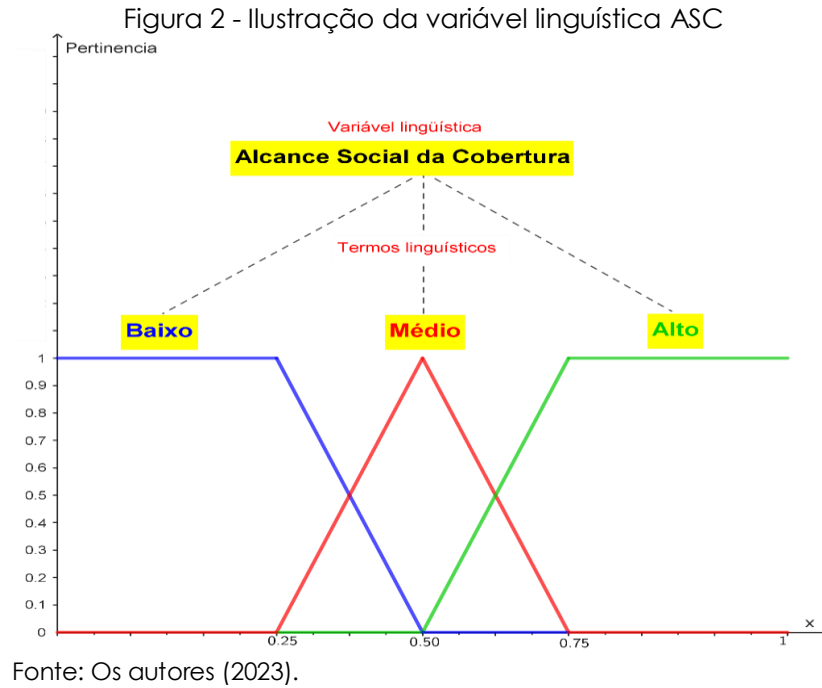
O resultado dessas métricas, que oferecem uma visão comparativa dos índices envolvidos na análise da cobertura pública de educação primária na Espanha, é apresentado na Tabela 04.

Tabela 4 - Índices fuzzy dos indicadores β e extensão de inclusão de alunos especiais nas taxas de matrícula por comunidade a

Comunidades Autônomas	Índice fuzzy de alunos especiais integrados em centros públicos ($\beta = 1$)	Índice fuzzy de alunos especiais integrados em centros concertados ($\beta = 2$)	Índice fuzzy de alunos especiais integrados em centros privados ($\beta = 3$)	$\frac{AROPE}{100}$	AAEIC
Andalucía	0,70	0,29	0,88	0,35	0,57
Aragón	0,50	0,50	0,95	0,19	0,63
Astúrias	0,45	0,53	0,81	0,28	0,57
Balears, Illes	0,32	0,62	0,47	0,22	0,47
Canárias	0,85	0,10	0,61	0,36	0,50
Cantabria	0,48	0,53	0,97	0,24	0,62
Castilla y León	0,47	0,53	0,95	0,20	0,62
Castilla-La Mancha	0,94	0,05	0,92	0,30	0,59
Cataluña	0,60	0,40	0,92	0,23	0,61
C. Valenciana	0,57	0,32	0,18	0,29	0,39
Extremadura	1,00	0,00	0,97	0,39	0,57
Galícia	0,42	0,55	0,67	0,26	0,53
Madrid, C. de	0,46	0,41	0,00	0,21	0,32
Murcia, R. de	0,64	0,36	0,92	0,30	0,59
Navarra	0,28	0,73	1,00	0,12	0,66
País Vasco	0,00	1,00	0,89	0,14	0,62
Rioja, La	0,44	0,56	0,96	0,19	0,63

Fonte: Os autores (2023).

Formalmente falando, as dimensões da ASC e da IANE são classificadas como variáveis linguísticas. Essas variáveis servem para caracterizar conjuntos fuzzy, facilitando tanto a representação qualitativa através de termos linguísticos como a quantitativa por meio de funções de pertinência. Tomando como exemplo a ASC para matrículas em instituições de ensino primário, públicas ou privadas, em cada comunidade autônoma, este pode ser uma variável linguística. Nela, designamos valores linguísticos como "Baixo", "Médio" ou "Alto". Essas categorias linguísticas podem ser mapeadas em conjuntos fuzzy usando funções de pertinência, como é demonstrado na Figura 2.



Na Figura 2, é igualmente notável que o intervalo [0,1] é utilizado como o universo de discurso. Os termos linguísticos "Baixo" (B), "Médio" (M) e "Alto" (A), que são designados para a variável linguística ASC, são mapeados como conjuntos fuzzy. Esses conjuntos são descritos por funções de pertinência, indicadas pelo símbolo μ , conforme detalhado na Tabela 5.

Tabela 5 - Descrição das funções de pertinência para cada termo linguístico da variável ASC

Variável Linguística	Valores Linguísticos	Funções de Pertinência
ASC	Baixo	$\mu_B(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 0,25 \\ 2 - 4x, & 0,25 \leq x \leq 0,50 \\ 0, & x \geq 0,50 \end{cases}$
	Médio	$\mu_M(x) = \begin{cases} 4x - 1, & 0,25 \leq x \leq 0,50 \\ 3 - 4x, & 0,50 \leq x \leq 0,75 \\ 0, & x \leq 0,25 \text{ ou } x \geq 0,75 \end{cases}$
	Alto	$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0,50 \\ 4x - 2, & 0,50 \leq x \leq 0,75 \\ 1, & x \geq 0,75 \end{cases}$

Fonte: Os autores (2023).

Deste modo, ao avaliar os índices numéricos da ASC para as comunidades de Navarra e Madrid, que são 0,65 e 0,26 respectivamente (conforme dados na Tabela 03), torna-se mais pertinente categorizar a ASC em Navarra como "Alto" em vez de "Médio". Isso se justifica porque, para Navarra, o grau de pertinência para uma alta ASC é $(0,65) = 0,60$, enquanto o grau de pertinência para uma média ASC é $(0,65) = 0,40$.

Similarmente, é mais apropriado classificar a ASC em Madrid como "Baixo" em vez de "Médio". No caso de Madrid, o grau de pertinência para uma baixa ASC é $(0,26) = 0,96$, e para uma ASC média é $(0,26) = 0,04$. Com essa análise em mente, a Tabela 06 a seguir resume a categorização linguística das 17 comunidades autônomas da Espanha em termos de ASC.

Tabela 6 - Classificação linguística do índice *fuzzy* da cobertura de matrícula

Comunidade	Classificação linguística	Grau de pertinência
Andalucía	Médio	0,92
Aragón	Médio	0,84
Astúrias	Médio	0,92
Balears, Illes	Médio	0,60
Canárias	Médio	0,64
Cantabria	Alto	0,56
Castilla y León	Alto	0,52
Castilla-La Mancha	Médio	0,64
Cataluña	Médio	0,88
C. Valenciana	Médio	0,72
Extremadura	Médio	0,68
Galícia	Médio	0,80
Madrid, C. de	Baixo	0,96
Murcia, R. de	Médio	0,72
Navarra	Alto	0,60
País Vasco	Médio	0,52
Rioja, La	Alto	0,56

Fonte: Os autores (2023).

Os índices de IANE também atuam como uma variável linguística, tendo as categorizações possíveis de "Baixo" (B), "Médio" (M) e "Alto" (A). Essas categorias são demarcadas por suas respectivas funções de pertinência μ_B , μ_M e μ_A , conforme detalhado na Tabela 05.

Por exemplo, ao analisar um índice de 0,66 para a comunidade de Navarra (conforme a Tabela 04), torna-se mais acurado rotular o IIAEC para Navarra como "Alto", em contrapartida a "Médio". Isso é evidenciado pelos graus de pertinência $\mu_A(0,66) = 0,64$ para "Alto" e $\mu_M(0,66) = 0,36$ para "Médio". De forma análoga, para a comunidade de Extremadura, que apresenta um índice de 0,57, a classificação mais adequada para o IIAEC seria "Médio" ao invés de "Baixo". Esse raciocínio é corroborado pelos graus de pertinência $\mu_M(0,57) = 0,72$ para "Médio" e $\mu_B(0,57) = 0,28$ para "Baixo".

Com base nesses resultados, a subsequente Tabela 7 condensa as classificações linguísticas das 17 comunidades autônomas da Espanha em relação ao IIAEC.

Tabela 7 - Classificação linguística do índice *fuzzy* da IANE na cobertura de matrícula

Comunidade	Classificação linguística	Grau de pertinência
Andalucía	Médio	0,72
Aragón	Alto	0,52
Asturias	Médio	0,72
Balears, Illes	Médio	0,88
Canarias	Médio	1,00
Cantabria	Médio	0,52
Castilla y León	Médio	0,52
Castilla-La Mancha	Médio	0,64
Cataluña	Médio	0,56
C. Valenciana	Médio	0,56
Extremadura	Médio	0,72
Galicia	Médio	0,88
Madrid, C. de	Baixo	0,72
Murcia, R. de	Médio	0,64
Navarra	Alto	0,64
País Vasco	Médio	0,62
Rioja, La	Alto	0,52

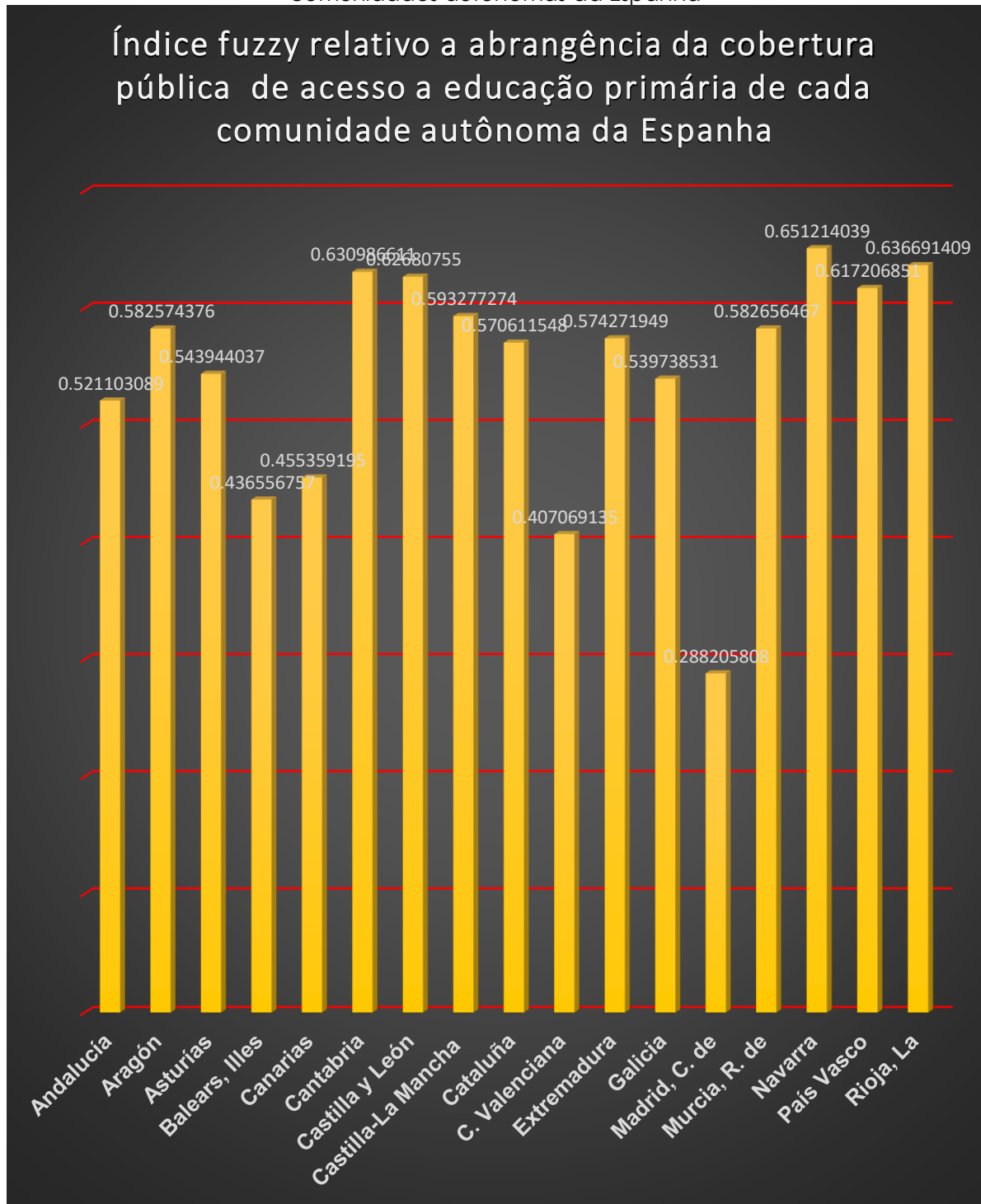
Fonte: Os autores (2023).

Para avaliar a extensão da cobertura pública no acesso ao ensino primário em cada comunidade autônoma da Espanha, empregamos regras de inferência *fuzzy*, que se baseiam em uma aplicação específica do modelo Takagi-Sugeno, conforme delineado por Takagi e Sugeno (1985). As regras adotadas seguem a estrutura: SE a é A_i E b é B_i ENTÃO $c = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$. Aqui, a e b representam os valores numéricos das variáveis linguísticas de entrada, A_i , B_i são os termos linguísticos dessas variáveis, e c é a medida numérica da cobertura pública no acesso ao ensino primário.

O diferencial desta abordagem em relação ao modelo original de Takagi-Sugeno está na hierarquização das dimensões consideradas. Em outras palavras, é dada ênfase ao peso relativo de cada dimensão na avaliação global da cobertura pública. Neste estudo, no entanto, optamos por atribuir pesos iguais às duas dimensões – ASC e IANE – fundamentando essa escolha na suposição de que ambas as dimensões estão causalmente interligadas.

A Figura 03 a seguir apresenta o índice fuzzy da extensão da cobertura pública de acesso ao ensino primário. Esse índice é calculado como a média aritmética das duas dimensões consideradas – ASC e IANE – para cada comunidade autônoma da Espanha.

Figura 3 - Índice fuzzy da extensão da cobertura pública de acesso ao ensino primário das comunidades autônomas da Espanha



Fonte: Os autores (2023).

A abordagem metodológica adotada neste estudo transcende a tradicional binaridade de "0 ou 1", incorporando graus de pertinência para uma análise mais rica e matizada. Nessa ótica, a extensão da cobertura pública no acesso ao ensino primário também pode ser considerada como uma variável linguística. Ela pode ser avaliada em termos como "Baixo" (B), "Médio" (M) e "Alto" (A), com suas respectivas funções de pertinência, μ_B , μ_M e μ_A , conforme ilustrado na Tabela 5. Esta metodologia permitiu a criação de um *ranking* (apresentado na Tabela 08) que classifica a cobertura pública de acesso ao ensino primário nas diversas comunidades autônomas da Espanha.

Tabela 8 - Extensão da cobertura pública de acesso ao ensino primário nas comunidades autônomas da Espanha

Comunidade	Classificação linguística	Grau de pertinência
Navarra	Alta	0,60
Rioja, La	Alta	0,56
Cantabria	Alta	0,52
Castilla y León	Alta	0,52
País Vasco	Média	0,52
Castilla-La Mancha	Média	0,64
Murcia, R. de	Média	0,68
Aragón	Média	0,68
Extremadura	Média	0,72
Cataluña	Média	0,72
Astúrias	Média	0,84
Galícia	Média	0,84
Andalucía	Média	0,92
Canárias	Média	0,84
Balears, Illes	Média	0,76
C. Valenciana	Média	0,64
Madrid, C. de	Baixa	0,84

Fonte: Os autores (2023).

Baseado nesse *ranking*, torna-se evidente que as comunidades autônomas exibem níveis variáveis de participação, especialmente quando se leva em conta a complexidade multidimensional dos indicadores escolhidos. Por exemplo, se considerarmos que o País Vasco possui uma cobertura pública de acesso classificada como "média" com um grau de pertinência de 0,52, e quase "alta" com um grau de pertinência de 0,48, é possível concluir que esse resultado está mais inclinado para ser categorizado como "médio", embora esteja muito próximo de ser "alto".

Esta sutileza ilustra como o método *fuzzy* é particularmente útil para avaliar a extensão da cobertura de matrícula no ensino primário nas comunidades autônomas da Espanha. A abordagem *fuzzy* possibilita aos pesquisadores estabelecerem escalas graduadas, o que oferece uma medida dos graus de pertinência. Isso se destaca em contraste com análises mais tradicionais, que apenas fornecem uma visão binária dessa cobertura, classificando-a como abrangente ou não.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise apresentada neste estudo revela uma abordagem inovadora para a avaliação da cobertura educacional nas comunidades autônomas da Espanha, utilizando a teoria dos conjuntos *fuzzy* para lidar com a complexidade e a imprecisão inerentes aos dados da educação. Os achados demonstram que a utilização de indicadores compostos e com a metodologia *fuzzy* fornece uma visão mais abrangente e detalhada das políticas educacionais, permitindo uma compreensão mais profunda das nuances e interrelações entre diferentes dimensões da cobertura educacional.

A construção dos indicadores compostos ASC (Abrangência Social da Cobertura de Matrícula) e IANE (Inclusão de Alunos com Necessidades Especiais) permitiu capturar de forma mais precisa as variações na cobertura de matrícula e inclusão de alunos com necessidades especiais entre as comunidades autônomas. A combinação de indicadores simples em indicadores compostos, aliada à aplicação da lógica *fuzzy*, facilitou a transformação de dados numéricos complexos em categorias linguísticas acessíveis, como "baixa", "média" ou "alta". Isso proporcionou uma análise mais intuitiva e prática dos dados, essencial para a formulação de políticas educacionais mais eficazes.

Os resultados da análise da ASC mostram que comunidades como Navarra, La Rioja, Cantabria e Castilla y León apresentaram uma cobertura educacional classificada como "alta". Essa classificação se deve ao equilíbrio na distribuição de matrículas entre instituições públicas e concertadas, e à consideração das particularidades culturais e socioeconômicas de cada região. A metodologia *fuzzy* revelou que, mesmo em comunidades com índices AROPE relativamente baixos, como Navarra, a política de cobertura educacional é inclusiva e equitativa.

A análise da IANE destacou a importância da inclusão de alunos com necessidades especiais no sistema educacional. Comunidades como Navarra, La

Rioja e Aragón se destacaram com uma alta inclusão. A metodologia *fuzzy* permitiu uma avaliação mais precisa da integração desses alunos, considerando tanto os números absolutos quanto as proporções relativas em relação ao total de alunos matriculados.

A introdução do indicador AROPE como uma métrica de vulnerabilidade socioeconômica foi crucial para ajustar os pesos dos indicadores compostos ASC e IANE. O AROPE forneceu uma visão abrangente das vulnerabilidades de cada comunidade autônoma, assegurando que áreas com maior risco de pobreza e exclusão social recebessem uma análise mais contextualizada e justa. Essa abordagem garantiu que os dados refletissem com maior precisão a realidade social de cada comunidade, orientando de forma mais eficaz a formulação de políticas públicas que visem a justiça social e a equidade educacional.

A avaliação da abrangência da cobertura pública no acesso ao ensino primário revelou variações significativas entre as comunidades autônomas. A aplicação da metodologia *fuzzy* mostrou-se eficaz na classificação dessas variações, proporcionando uma medida graduada dos graus de pertinência. Comunidades como Navarra, La Rioja, Cantabria e Castilla y León se destacaram com uma cobertura pública classificada como "alta", enquanto outras como Madrid foram classificadas como "baixa". Essa análise detalhada e matizada é essencial para a identificação de áreas que necessitam de melhorias e para a promoção de políticas públicas mais eficazes e inclusivas.

Com base nos achados deste estudo, recomenda-se que a avaliação das políticas públicas educacionais na Espanha incorpore metodologias *fuzzy*. Adotar a teoria dos conjuntos *fuzzy* como uma ferramenta na avaliação de políticas públicas, permite uma análise mais refinada e precisa dos dados educacionais e sociais.

Este estudo demonstra que a aplicação da lógica *fuzzy* na análise de indicadores educacionais proporciona uma abordagem mais sofisticada e precisa para a avaliação de políticas públicas. Ao considerar as nuances e a complexidade dos dados sociais, a metodologia *fuzzy* permite uma compreensão mais profunda das realidades educacionais e socioeconômicas, orientando a formulação de políticas mais equitativas. Este trabalho contribui para o campo da avaliação de políticas públicas, oferecendo uma ferramenta importante para promover uma educação inclusiva, equitativa e de qualidade na Espanha.

REFERÊNCIAS

CARTA dos direitos fundamentais da União Europeia. *Jornal oficial das comunidades europeias*, [S. l.], ano 43, c 364, 18 dez. 2000.

ESPAÑA. Jefatura del Estado. Ley Orgánica nº 8, de 3 de julio de 1985. Reguladora del Derecho a la Educación [LODE]. *Boletín Oficial del Estado*, Madrid, España, 4 jul. 1985. Disponível em: <https://www.boe.es/buscar/act.php?id=BOE-A-1985-12978>. Acesso em: 20 fev. 2023.

ESPAÑA. Ministério de Educación y Formación Profesional. Enseñanzas no universitarias: necesidades de apoyo educativo (2019-2020). *Educabase*, Madrid, 2023. Disponível em: https://estadisticas.educacion.gob.es/EducaJaxiPx/Tabla.htm?path=/no-universitaria/alumnado/apoyo/2019-2020/acnee//10/&file=acnee_02.px&type=pcaxis&L=0. Acesso em: 20 set. 2023.

FAURA-MARTÍNEZ, Ú.; LAFUENTE-LECHUGA, M.; GARCÍA-LUQUE, O. Risk of poverty of social exclusion: evolution during the economic crisis and territorial perspective. *Reis: Rev. Esp. Investig. Sociol.*, n. 156, p. 59-76, 2016. DOI: 10.5477/cis/reis.156.59. Disponível em: <https://reis.cis.es/index.php/reis/article/view/906/1127>. Acesso em: 20 abr. 2023.

GARCÍA-PARDO, F.; BÁRCENA-MARTÍN, E.; PÉREZ-MORENO, S. Measuring the 'leaving no one behind' principle in the european countries: an AROPE-based fuzzy logic approach. *Fuzzy Sets and Systems*, Amsterdã, v. 409, p. 170-185, 2021. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fss.2020.07.017>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0165011420302864>. Acesso em: 20 abr. 2023.

JANUZZI, P. M. Considerações sobre uso, mau uso e abuso dos indicadores sociais na formulação e avaliação de política públicas municipais. *Revista de Administração Pública*, Rio de Janeiro, v. 36, n. 1, p. 51-72, 2002.

JANUZZI, P. M. *Indicadores sociais no Brasil: conceitos, fontes de dados e aplicações*. Campinas: Alínea, 2006.

LLANO ORTIZ, J. C. *El estado de la pobreza: seguimiento del indicador de pobreza y exclusión social en España 2008-2017*. Madrid: EAPN, 2018.

MARTÍNEZ-VIRTO, L.; CANALS BOTAS, L. Las escuelas infantiles 0-3 en Navarra: características, estrategias y retos para promover la equidad. *Papers*, Barcelona, v. 107, n. 3, 2022. DOI: <https://doi.org/10.5565/rev/papers.3059>. Disponível em: <https://papers.uab.cat/article/view/v107-n3-leon-palomera-ibanez-et-al>. Acesso em: 20 abr. 2023.

SOUZA, D. B. de; BATISTA, N. C. A comparative perspective on public policies for education: studies on Brazil-Spain. *Education Policy Analysis Archives*, [S. l.], v. 25, n. 19, 2017. DOI: <https://doi.org/10.14507/epaa.25.2548>. Disponível em: <https://epaa.asu.edu/index.php/epaa/article/view/2548>. Acesso em: 1 ago. 2024.

TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, [S. l.], v. 15, n. 1, p. 116–132, 1985. DOI: 10.1109/TSMC.1985.6313399. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6313399>. Acesso em: 1 ago. 2024.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, Nova York, v. 8, n. 3, p. 338-353, 1965. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X). Disponível em: www.sciencedirect.com/science/article/pii. Acesso em: 20 jan. 2023.