

Conocimiento didáctico-matemático de docentes de educación básica primaria sobre probabilidad

AMAURY DE JESUS ARRIETA JARABA¹
<http://dx.doi.org/10.22347/2175-2753v16i53.4341>

Resumen

El objetivo de esta investigación fue analizar las características del conocimiento didáctico-matemático que tienen los docentes de básica primaria sobre probabilidad y los significados que los maestros asocian a este tema. Se abordó desde el modelo propuesto por Pino-Fan y Godino (2015). La investigación utilizó una metodología cualitativa y el tipo de estudio fue descriptivo de casos. Dentro de los resultados se encontró que los docentes presentan un conocimiento común, ampliado y especializado deficiente. Además, se observó el uso de estrategias incorrectas, dificultades y errores asociados a la presencia de heurísticas y sesgos probabilísticos. Asimismo, los maestros presentan conocimientos asociados principalmente a características del significado intuitivo de la probabilidad, seguida por el significado clásico y en menor proporción el significado frecuencial y subjetivo.

Palabras clave: Conocimiento; Docentes; Probabilidad; Enseñanza; Educación básica.

Submetido em: 19/07/2023

Aprovado em: 12/12/2024

¹ Universidad de Sucre (Unisucre), Sucre, Colombia; <https://orcid.org/0000-0002-1846-3164>; e-mail: amaury_arrieta@hotmail.com.

Conhecimento didático-matemático de professores do ensino fundamental sobre probabilidade

Resumo

O objetivo desta pesquisa foi analisar as características do conhecimento didático-matemático que os professores do ensino fundamental têm sobre probabilidade e os significados que os professores associam a esse tema. Foi abordado a partir do modelo proposto por Pino-Fan e Godino (2015). A pesquisa utilizou uma metodologia qualitativa e o tipo de estudo foi descritivo de casos. Entre os resultados, constatou-se que os professores apresentam um conhecimento comum, ampliado e especializado deficiente. Além disso, observou-se o uso de estratégias incorretas, dificuldades e erros associados à presença de heurísticas e vieses probabilísticos. Da mesma forma, os professores apresentam conhecimentos associados principalmente às características do significado intuitivo de probabilidade, seguido do significado clássico e, em menor escala, da frequência e do significado subjetivo.

Palavras-chave: Conhecimento; Professores; Probabilidade; Ensino; Educação básica.

Didactic-mathematical knowledge of primary basic education teachers about probability

Abstract

The objective of this research was to analyze the characteristics of the didactic-mathematical knowledge that primary school teachers have about probability and the meanings that teachers associate with this topic. It was approached from the model proposed by Pino-Fan and Godino (2015). The research used a qualitative methodology and the type of study was descriptive of cases. Among the results, it was found that teachers present a deficient common, expanded and specialized knowledge. In addition, the use of incorrect strategies, difficulties, and errors associated with the presence of heuristics and probabilistic biases were observed. Likewise, teachers present knowledge associated mainly with characteristics of the intuitive meaning of probability, followed by the classical meaning and, to a lesser extent, the frequency and subjective meaning.

Keywords: Knowledge; Teachers; Probability; Teaching; Basic education.

INTRODUCCIÓN

En los procesos de enseñanza-aprendizaje los docentes juegan un papel transcendental, debido a que son ellos los que a través de sus conocimientos y estrategias ayudan en la adquisición de los saberes a los educandos, por lo cual, se hace necesario identificar el tipo de conocimientos que estos poseen para poder mejorar su práctica docente, tema que ha sido de gran interés en los últimos años en la comunidad de investigadores en Matemática Educativa (Godino, 2009). Teniendo en cuenta lo anterior, el maestro debe contar con los conocimientos apropiados que permitan coadyuvar al estudiante a comprender la temática de estudio. Sin embargo, algunas veces el profesor no cuenta con la idoneidad necesaria para impartir ciertos temas, originando dificultades en la adquisición del conocimiento por parte del educando. En este sentido, Ball, Thames e Phelps (2008) expresan que cuando el docente no dispone de un óptimo conocimiento de la asignatura que imparte, tendrá menos posibilidades de poder ayudar a los educandos a comprender los contenidos del área. En el caso particular del contenido de probabilidad, si los docentes presentan dificultades y errores en el conocimiento de este tema, estos se podrían transmitir a sus estudiantes (Azcárate Goded, 1995).

En general, el docente necesita manejar la combinación del contenido y la forma de enseñarlo. Al respecto, (Shulman, 1987) manifiesta que el conocimiento didáctico del contenido es la unión de contenido y pedagogía, para comprender la forma de organizar y planear todos los elementos que se necesitan para la enseñanza y adaptarlos a las particularidades de los estudiantes. En este sentido, es importante conocer las características de los conocimientos didácticos que tienen los maestros de matemática y la calidad de estos, lo cual se puede lograr analizando en la dimensión matemática el conocimiento común y ampliado de los maestros y en la dimensión didáctica la faceta epistémica del conocimiento especializado del contenido (Pino-Fan; Godino, 2015).

Del mismo modo, en lo referente a la enseñanza del contenido matemático de probabilidad, este se ha incorporado en las planeaciones curriculares en los diferentes países. En el caso particular del Ministerio de Educación Nacional (Colombia, 1998) en el nivel de básica primaria, se viene incluyendo desde los Lineamientos Curriculares, en los Estándares Básicos de Competencias (Colombia, 2006) y en los Derechos Básicos de Aprendizaje versión 2 (Colombia, 2016); el cual vienen incluidos en el pensamiento aleatorio y sistemas de datos. En este sentido, es

imprescindible la cualificación de los docentes frente a este tema, debido a que existen deficiencias en el manejo conceptual y pedagógico de esta temática (Vásquez; Alsina, 2015). Esta carencia formativa ocasiona que los educadores en algunos casos no orienten estos temas, o en su defecto, no la enseñen de la mejor manera, quedándose únicamente con la enseñanza de fórmulas, sin tener en cuenta su aplicación y los procesos de resolución de problemas (Batanero; Ortiz; Serrano Romero, 2007). Asimismo, Batanero (2005) manifiesta que es necesario conocer los significados que los docentes asignan al contenido de probabilidad para poder comprender los diferentes errores que se cometen.

Por otro lado,

las investigaciones en torno al conocimiento de los docentes de primaria para enseñar probabilidad son escasas, se centran básicamente en maestros en formación y tienen como objetivo principal determinar si los futuros docentes tienen o no los conocimientos necesarios para una enseñanza óptima del contenido de probabilidad" (Vásquez; Alsina, 2015, p. 30).

Dentro de las dificultades evidenciadas en los estudios acerca de este tema, se resalta que los docentes de primaria presentan una concepción determinista enmarcada en un enfoque clásico para calcular probabilidades (Watson, 2001); y en lo relativo maestros en formación estos no reconocen la aleatoriedad y en su mayoría presentan el sesgo de equiprobabilidad (Azcárate Goded; Cardeñoso Domingo; Porlán Ariza, 1998; Lecoutre, 1992).

El estudio del Conocimiento Didáctico del Contenido ha cobrado importancia durante los últimos años, realizándose una variedad de estudios en torno a este ámbito (Valbuena Ussa, 2007). De igual manera, se resalta su importancia para mejorar los procesos de enseñanza y el óptimo desarrollo de la educación, el cual se evidencia en los (National Research Council, 1996), en los estándares de la (National Science Teachers Association, 1999) para la preparación del profesorado de ciencias y en la (National Council for Accreditation of Teacher Education, 2008).

En lo que respecta al contenido de probabilidad, es un ámbito que se considera importante en el campo de la estadística (Batanero; Ortiz; Serrano Romero, 2007). Su relevancia se da en virtud a que tiene

presencia en numerosas situaciones de la vida diaria, en las que es necesario disponer de un razonamiento crítico que permita interpretar y comunicar distintos tipos de información, además de su estrecho vínculo con distintas disciplinas (Vásquez; Alsina, 2014, p. 2).

En este sentido, se debe preparar a los educandos para analizar y comprender situaciones aleatorias y poder tomar decisiones adecuadas, dado que estas se presentan en la cotidianidad (Batanero, 2016).

Sin embargo, a pesar de su importancia, el estudio de los conocimientos didáctico-matemáticos de los docentes para enseñar probabilidad, no ha sido abordado lo suficiente (Burbano Pantoja; Valdivieso Miranda; Burbano Valdivieso, 2020). Todavía persisten tensiones e interrogantes asociadas a este ámbito, dentro de las cuales se resaltan: las relacionadas a las concepciones de los docentes (Callingham; Watson, 2011), a los procesos que se desarrollan en la práctica cuando se enseña probabilidad (Vásquez, 2014), las concernientes a la comprensión que tienen los maestros acerca de la aleatoriedad (Batanero; Gómez Torres; Serrano; Contreras García, 2012), las relacionadas a dificultades para la enseñanza de objetos matemáticos como proposiciones, conceptos, argumentos y procedimientos (Font; Godino; Gallardo, 2013) y elementos asociados al componente emocional en la formación de maestros para enseñar probabilidad (Batanero, 2016).

Se han realizado algunas investigaciones referidas al conocimiento didáctico de los docentes para la enseñanza del contenido de probabilidad, dentro de las cuales se evidenció que los maestros presentan "dificultades en el razonamiento combinatorio, cálculo de probabilidad condicionada, interpretación de la probabilidad frecuencial y la presencia de heurísticas y sesgos, como representatividad y equiprobabilidad" (Gómez Torres, 2014, p. 279). Además,

poseen un conocimiento didáctico-matemático para enseñar probabilidad muy insuficiente en todos sus componentes (conocimiento común del contenido, conocimiento ampliado de contenido, conocimiento especializado y sus subcategorías" (Vásquez, 2015, p. 256).

Del mismo modo, se ha encontrado que los "futuros maestros tienen dificultades en evaluar la idoneidad mediacional, no son capaces de valorar los recursos, organización de los alumnos y tiempo requerido para el estudio" (Arteaga; Batanero; Gea Serrano, 2017, p. 71) y no se sienten adecuadamente preparados ni en el aspecto matemático ni en el pedagógico para enseñarlo (Estrada; Batanero, 2019; Alonso-Castaño; Alonso; Mellone; Rodríguez-Muñiz, 2019). Asimismo, los docentes presentan "limitaciones para reconocer sesgo, falacias y confusiones presentes en las respuestas de estudiantes hipotéticos a problemas que involucran el

concepto de probabilidad condicional" (Sosa Guerrero; León Banguero; Carrillo Yáñez, 2020, p. 17).

Conocimiento didáctico del contenido

Son múltiples las definiciones que a través del tiempo se le ha dado al conocimiento didáctico del contenido, dentro de las más notorias se encuentra la de (Shulman 1987, p. 8), el cual expresa que

el conocimiento didáctico del contenido representa la mezcla de contenido y pedagogía para entender cómo conceptos, temas o problemas se organizan, representan y adaptan para enseñar a estudiantes con diversos intereses y habilidades.

De igual manera, Hashweh (2005, p. 277) manifiesta que "es el repertorio de contenidos personales y privados, así como de construcciones pedagógicas, que el profesor ha desarrollado como resultado de la repetida planificación y reflexión sobre la enseñanza de determinados temas".

Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática

El enfoque ontosemiótico (EOS) es un

sistema teórico que trata de integrar diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática. Se asumen presupuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y se adoptan principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino; Giacomone; Batanero; Font, 2017, p. 93).

A través de este enfoque se busca "aportar herramientas teóricas para analizar conjuntamente el pensamiento matemático, los ostensivos que le acompañan, las situaciones y los factores que condicionan su desarrollo" (Godino, 2002, p. 5).

Tipos de objetos y procesos matemáticos

Un objeto matemático es "todo aquello que puede ser indicado, todo lo que puede señalarse o a lo cual puede hacerse referencia", cuando hacemos, comunicamos o aprendemos matemáticas" (Godino, 2002, p. 245). A continuación, se definen las siguientes categorías de objetos:

- “Situaciones problema: aplicaciones extra-matemáticas, ejercicios, problemas, que inducen una actividad matemática.
- Elementos lingüísticos: términos, expresiones, notaciones, gráficos que se utilizan para representar los datos del problema, operaciones con estos datos, objetos matemáticos que se utilizan y soluciones encontradas.
- Conceptos: en las prácticas realizadas para resolver un problema se usan implícita o explícitamente objetos matemáticos, de los cuáles el estudiante ha de recordar la definición.
- Proposiciones: enunciados sobre relaciones o propiedades de los conceptos.
- Procedimientos: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo que los estudiantes aplican al resolver el problema.
- Argumentos: enunciados usados para validar o explicar proposiciones y procedimientos, o bien la solución de los problemas. Pueden ser deductivos, inductivos, formales o informales” (Godino; Batanero; Font, 2007, p. 130).

Modelos para el análisis de los conocimientos matemáticos y didácticos de los docentes

Son varios los modelos que tienen como objetivo explicar los procesos que intervienen en los conocimientos matemáticos y didácticos de los docentes, dentro de los cuales se destacan en el campo de la investigación en educación matemática: Shulman (1987), Ball (2000), Schoenfeld y Kilpatrick (2008), Godino (2009), Lurduy (2013), entre otros. A continuación, se describen las dimensiones del modelo realizado por (Pino-Fan; Godino, 2015) que fue utilizado como referente principal de esta investigación. Ellos proponen las siguientes dimensiones: dimensión matemática, dimensión didáctica y dimensión meta didáctico-matemático.

- a) La Dimensión Matemática: Esta incluye el Conocimiento Común del Contenido (CCC) y el Conocimiento Ampliado del Contenido (CAC).

El Conocimiento Común del Contenido es “aquel conocimiento sobre un objeto matemático concreto que se considera suficiente para resolver problemas o tareas propuestas en el currículo de matemáticas (...) y en los libros de texto de un nivel educativo” (Pino-Fan; Godino, 2015, p. 97). Es un conocimiento que es compartido entre el profesor y los estudiantes.

El Conocimiento Ampliado del Contenido se refiere al

conocimiento que tiene un profesor acerca de “las nociones matemáticas que, tomando como referencia a la noción matemática que se está estudiando (...) están más adelante en el currículo del nivel educativo en cuestión o en un nivel siguiente (Pino-Fan; Godino, 2015, p. 97).

El conocimiento ampliado del contenido es el que suministra al docente las bases matemáticas necesarias para plantear nuevos retos matemáticos en el aula, vincular el objeto matemático que se está estudiando con otras nociones matemáticas y encaminar a los estudiantes al estudio de las nociones matemáticas subsecuentes a la temática que se está estudiando.

b) La Dimensión Didáctica: Está compuesta por las siguientes categorías o facetas:

1. Conocimiento especializado de la dimensión matemática (faceta epistémica): El docente, además de las matemáticas que le permiten resolver problemas en las que movilice su conocimiento común y ampliado, debe tener un conocimiento matemático para la enseñanza; es decir, ser capaz de movilizar diversas representaciones de un objeto matemático, resolver la tarea mediante distintos procedimientos, vincular el objeto matemático con otros objetos matemáticos del nivel educativo en el que se enseña o de niveles anteriores y posteriores, comprender y movilizar la diversidad de significados parciales para un mismo objeto matemático, proporcionar diversas justificaciones y argumentaciones, e identificar los conocimientos puestos en juego durante la resolución de una tarea matemática.

La faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático permitirá a los profesores, o futuros profesores, responder preguntas del tipo: ¿Además de tu solución, existe otra forma de resolver la tarea?, ¿Cómo explicarías la solución de la tarea a un estudiante que no ha podido resolverla por los procedimientos vistos en clase? o ¿Qué conocimientos se ponen en juego al resolver la tarea?

2. Cognitiva. Es el conocimiento acerca de las características y las formas de pensar, conocer y actuar de los estudiantes en relación con el estudio de las matemáticas. Permite a los profesores planificar la enseñanza considerando los conocimientos previos de los alumnos infiriendo su zona de desarrollo próximo. Ayuda, durante el transcurso de la clase, a aprovechar los errores o conflictos para resolución de un problema.
3. Afectiva. Se refiere "a los conocimientos necesarios para comprender y tratar los estados de ánimo de los estudiantes, los aspectos que motivan o no a resolver un problema determinado" (Pino-Fan; Godino, 2015, p. 100).
4. Interaccional. Son los conocimientos indispensables para establecer, realizar y valorar las interacciones entre los agentes implicados en el proceso de

aprendizaje matemático, incluyen relaciones de profesor-alumno, alumno-alumno, alumnos-contenido a estudiar y profesor-alumno-contenido. En esta faceta también se incluyen las normas (explicación, argumentación y fundamentación de las soluciones propuestas) que regulan la gestión de la clase.

5. Mediacional. Incluye los conocimientos de un docente para prever, emplear y valorar los diversos recursos, materiales o tecnológicos, con que cuenta con el fin de favorecer el logro del aprendizaje. Considera, además, la gestión del tiempo para las actividades en la clase.
 6. Ecológica. Condensa los conocimientos del profesor acerca del currículo del nivel educativo en el que se desempeña, incluye las relaciones que se puedan establecer con otros currículos y también con aspectos sociales, políticos y económicos que condicionan tanto la enseñanza como el aprendizaje matemático (Pino-Fan; Godino, 2015).
- c) La Dimensión Meta Didáctico-Matemática: Está compuesta por los conocimientos referidos a las normas y metanormas, restricciones contextuales, la reflexión sobre la práctica y al análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

Probabilidad

“El Cálculo de Probabilidades se ocupa del estudio de los fenómenos aleatorios” (Batanero, 2001, p. 11). La probabilidad es un tema importante en la formación de los estudiantes, debido a que permite comprender situaciones de la vida diaria relacionadas con el azar y fenómenos aleatorios. Al respecto, Batanero (2016, p. 2) manifiesta que “vivimos en un mundo caracterizado por el azar, hemos de preparar a los futuros ciudadanos para desenvolverse en ambiente de incertidumbre, comprender las situaciones aleatorias y tomar decisiones adecuadas”.

La noción de probabilidad ha existido desde la antigüedad, su origen se remonta a 40.000 años atrás y surge para resolver problemas de juegos de azar (Morales, 2002). El concepto de probabilidad también ha estado presente en diferentes disciplinas como la filosofía, la religión y la matemática, su inicio se dio con un carácter divino. Al respecto (Morales, 2002, p. 2) expresa:

En las civilizaciones antiguas, el azar tenía origen divino. Precisamente, en Grecia y Roma, los sacerdotes o pitonisas utilizaban la combinación

que resultaba de lanzar cuatro tabas (las tabas tienen cuatro caras distintas) en los templos de los dioses como procedimiento mediante el cual la Fortuna, los Hados o el Destino podían expresar sus deseos. Era una forma de predecir el futuro.

Significados de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar

A lo largo de su desarrollo histórico, el concepto de probabilidad ha presentado diferentes significados. En el contexto de la matemática educativa se describen los siguientes: significado intuitivo, clásico, frecuencial, subjetivo y axiomático (Batanero, 2005).

- Significado intuitivo: utiliza términos de uso común para referirse a la incertidumbre, expresar y cuantificar, por medio de frases coloquiales, el grado de creencia en relación con sucesos inciertos. Asigna cualitativamente probabilidades a sucesos a partir de preferencias individuales (Batanero, 2005, p. 253).
- Significado clásico: considera la probabilidad de un suceso como la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables. Esta definición predomina en el contexto escolar, dada su simplicidad, aun cuando no puede ser aplicada en experimentos con un número infinito de posibilidades o cuando el espacio muestral es finito, pero no simétrico (Batanero, 2005, p. 253).
- Significado frecuencial: plantea la asignación de probabilidades a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones, permitiendo estimar la probabilidad del suceso. Así, la Ley de los Grandes Números, indica que la probabilidad de que la frecuencia relativa de un experimento repetido en las mismas condiciones tienda a la probabilidad teórica, puede aproximarse suficientemente a 1, sin más que aumentar el número de pruebas (Batanero, 2005, p. 254).
- Significado subjetivo: se fundamenta en la confianza que una persona deposita sobre la verdad de una determinada proposición, por lo que no está unívocamente determinada. La probabilidad depende del observador y de lo que éste conoce del suceso en estudio (Batanero, 2005, p. 255).
- Significado axiomático: concibe la probabilidad como un tipo especial de medida, vinculándola con la teoría de la medida. Este enfoque establece axiomas a satisfacer y, por la rigurosidad matemática que conlleva, solo se observan algunos matices de su estudio en los últimos cursos de la Educación Primaria (Batanero, 2005, p. 255).

Diseño metodológico

En esta investigación se utilizó una metodología cualitativa, debido a que se analizaron las características del conocimiento didáctico-matemático de docentes de educación básica primaria sobre probabilidad, es decir, se consideraron las respuestas de los maestros a las preguntas abiertas realizadas. Al respecto, Barajas

Márquez (2016) manifiesta que a través del enfoque cualitativo se recoge información valiosa que manifiestan las personas a través del discurso, quienes los expresan de forma oral o escrita.

El tipo de estudio fue descriptivo de casos, en el cual se describieron aspectos tanto en la dimensión matemática como en la didáctica; además, se identificaron errores, dificultades, obstáculos, carencias formativas, sesgos y significados que presentan los maestros frente al objeto de estudio. Asimismo, para analizar los componentes del conocimiento didáctico-matemático de los docentes, se utilizó la metodología propuesta por Godino (2009) y se desarrolló en dos momentos: en primer lugar, se enfrentó a los docentes a una serie de problemas en cuya solución se pusieron de manifiesto aspectos del contenido de probabilidad; y en segundo término, se formularon preguntas asociadas a la faceta epistémica y a las categorías de la dimensión matemática.

El tipo de estudio de casos que se aplicó fue el interpretativo, dado que se realizó una interpretación de las respuestas dadas por los docentes acordes a un marco teórico y categorías establecidas *a priori*. Al respecto, Latorre, Rincón y Arnal (1997, p. 236) manifiestan que el estudio de casos de tipo interpretativo "reúne información sobre un caso con la finalidad de interpretar o teorizar acerca del caso. Desarrolla categorías conceptuales para ilustrar, defender o desafiar presupuestos teóricos defendidos antes".

Muestra de informantes

La muestra de informantes la constituyeron 11 docentes de básica primaria activos de una institución educativa pública del municipio de Sincelejo-Sucre, de los cuales dos son hombres y nueve mujeres, sus edades oscilan entre los 29 y 62 años, 10 son licenciados en educación básica primaria y uno es licenciado en matemáticas, cinco docentes tienen entre tres y cinco años de experiencia y seis más de 10 años de experiencia. Fueron elegidos mediante el muestreo no probabilístico de tipo intencional, que según Otzen y Manterola (2017, p. 230) "permite seleccionar casos característicos de una población limitando la muestra sólo a estos casos". Los criterios de inclusión fueron: docentes de básica primaria, que tengan más de tres años de experiencia de trabajar en la institución y que orienten matemáticas en algún grado.

Instrumento y técnicas de investigación

En esta investigación se aplicó un cuestionario de conocimientos que contiene 2 partes, la primera incluye la descripción de características generales de los maestros, tales como: edad, género, años de experiencia, nivel educativo, entre otros. La segunda, problemas sobre probabilidad con preguntas abiertas relativas a la faceta epistémica. Este instrumento fue diseñado y validado en una tesis doctoral por Vásquez (2014). De igual manera, se agregaron algunas preguntas al cuestionario teniendo en cuenta que se quería profundizar solo en la faceta epistémica. Se escogió este cuestionario debido a la fiabilidad que presentó, destacándose estabilidad en las puntuaciones generadas en su aplicación.

Las categorías de análisis del estudio fueron: el conocimiento común, ampliado y especializado que tienen los docentes de básica primaria sobre probabilidad y la categoría relacionada con las características de los significados asociados al concepto de probabilidad como son: significado intuitivo, clásico, frecuencial y subjetivo (Batanero, 2005).

Procesamiento y análisis de la información

Para el análisis cualitativo se utilizó la técnica de análisis de contenido, dado que se describieron registros y datos que se obtuvieron de la aplicación del instrumento. En este sentido, Piñuel Raigada (2002) manifiesta que en este tipo de análisis se examinan productos comunicativos (mensajes, textos o discursos) que han sido previamente registrados y tienen como propósito elaborar y procesar datos relevantes.

De igual manera, se tuvieron en cuenta los pasos para el análisis cualitativo planteados por Rodríguez Sabiote, Lorenzo Quilles y Herrera Torres (2005): registro de la información, reducción de datos, disposición y transformación de datos y obtención y verificación de conclusiones.

Para el registro de la información se utilizó el cuestionario de conocimientos que contenía problemas sobre probabilidad. Después de recoger los datos, se realizó el segundo paso, la reducción de datos, el cual se llevó a cabo a través de tres fases: 1) Separación de unidades de contenido; 2) Identificación y clasificación de unidades; y 3) Síntesis y agrupamiento. En cuanto a la fase de separación de unidades, la información se organizó utilizando una matriz y se contempló el criterio gramatical para separar distintas unidades de registro, según Rodríguez Sabiote,

Lorenzo Quiller y Herrera Torres (2005, p. 141) bajo este criterio, “el texto queda segmentado en unidades básicas, como las oraciones o los párrafos”. Teniendo en cuenta lo anterior, después de efectuar varias lecturas, se determinaron los párrafos que formarían la primera unidad de análisis.

Seguidamente se realizó la fase de identificación y clasificación de unidades, aquí, se clasificaron las recurrencias de las respuestas por los maestros, luego se organizaron las respuestas en cada categoría preestablecida. En este caso, el proceso de categorización fue de tipo deductivo, “las categorías están establecidas *a priori*, siendo función del investigador adaptar cada unidad a una categoría ya existente” (Rodríguez Sabiote; Lorenzo Quiller; Herrera Torres, 2005, p. 141). Posteriormente, se procedió a realizar un primer análisis de los conocimientos reflejados en las respuestas, teniendo en cuenta los indicadores diseñados para cada categoría. Paralelamente, se fueron describiendo los conflictos presentados en las respuestas a los problemas planteados, como también, el porcentaje de docentes con respuestas correctas e incorrectas. Teniendo en cuenta este análisis se fue describiendo la información obtenida a partir de los autores de referencia, lo que permitió detallar de forma precisa, los distintos tipos de dificultades, errores, y argumentos detectados en el conocimiento didáctico-matemático que poseen los docentes frente al contenido de probabilidad. En la última fase de reducción de datos, síntesis y agrupamiento, se redujeron las unidades de análisis a cada categoría que las representara.

En el tercer paso, disposición y transformación de datos, se utilizaron tablas de doble entrada, estas permitieron realizar comparaciones detalladas de los datos y contrastar información de una manera más visual y simplificada, para facilitar su comprensión. En el último paso, obtención y verificación de conclusiones, se tuvo en cuenta la descripción, interpretación, recuento y concurrencia de datos, referentes teóricos, analogías y uso de metáforas. De igual forma, se realizó la comparación de hallazgos con resultados de otras investigaciones a la luz del marco teórico establecido. Asimismo, la verificación de conclusiones y estimación de criterios de calidad, se dio a través del intercambio de opiniones con otros investigadores, lo cual permitió credibilidad.

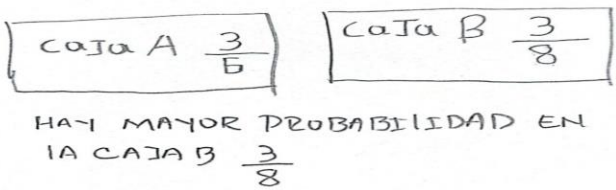
Resultados

Conocimiento común

Frente al conocimiento común, el 53.2% de los docentes no resolvieron de forma correcta los problemas propuestos. Se pudo evidenciar que los maestros presentan poca comprensión en lo que respecta a la independencia de sucesos con ensayos repetidos en condiciones similares de un experimento aleatorio. También, se evidenció que los maestros presentan un conocimiento común deficiente para comparar y calcular probabilidades de sucesos elementales no equiprobables. Además, su comprensión del concepto de suceso seguro y aspectos elementales de combinatoria es deficiente. Del mismo modo, presentan errores de cálculo y aplican de forma incorrecta la regla de Laplace, evidenciándose el sesgo de la equiprobabilidad.

De igual forma, los docentes muestran argumentaciones erróneas, evidenciándose un conocimiento débil de la independencia de sucesos y una percepción de la probabilidad ligada al significado intuitivo y vinculada con la falacia del jugador, presenciándose el sesgo de la recencia positiva y negativa. Igualmente, presentan un dominio insuficiente en lo que se refiere a la noción de juego equitativo, reflejando un análisis de tipo proporcional conllevando al cálculo de probabilidades desde un enfoque frecuencial. A continuación, se presentan en la Tabla 1 algunos errores recurrentes de los docentes frente al conocimiento común:

Tabla 1 - Errores y dificultades de los docentes frente al conocimiento común

Errores y dificultades	Ejemplos de respuestas
Error al realizar la comparación de fracciones resultantes en el cálculo de las probabilidades	Solución del docente D6 a 2a 

Continua

Conclusão

Errores y dificultades	Ejemplos de respuestas
Evidencia del sesgo de la recencia positiva	Respuesta del docente D5 a 7a ES MÁS PROBABLE QUE SALGA EL 3 O EL 2 YA QUE HAN SALIDO VARIAS VECES
Evidencia del sesgo de la recencia negativa	Respuesta de D6 a 7a ES MAS PROBABLE QUE SALGA EL 1 O EL 5 YA QUE NO HAN SALIDO NUNCA
Asignación de probabilidad de acuerdo al factor suerte	Respuesta del docente D6 al problema 5 LA SUERTE ES RELATIVA, COMO PUEDES GANAR O NO, DEPENDE DE LA SUERTE DE PEDRO
Sesgo de la equiprobabilidad, generalización incorrecta de la regla de Laplace	Solución de D1 a 4a $P(\text{niños}) = \frac{13}{29} = 0,45 = 45\% \text{ Es más probable}$ $P(\text{niños}) = \frac{16}{29} = 0,55 = 55\% \text{ Salgan niños}$ Por veces el principio de la probabilidad



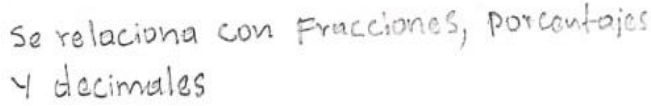
Fuente: El Autor (2023).

Conocimiento ampliado

Los docentes presentan un conocimiento ampliado deficiente, debido a que no son capaces de determinar y reconocer los conceptos y propiedades que se deben aplicar para la solución de las situaciones asociadas a la probabilidad, tales como: espacio muestral, experimento aleatorio, equiprobabilidad, simetría de la moneda e independencia de sucesos, regla de Laplace, comparación de probabilidades de sucesos elementales no equiprobables, posibilidad de ocurrencia de un evento, azar, sucesión de eventos, juegos, equiprobabilidad, suceso seguro y suceso posible, combinatoria y experimentos sucesivos dependientes, que son los conceptos fundamentales tratados en los problemas. Asimismo, los docentes no logran identificar los contenidos y conceptos más avanzados del currículo escolar con el cual se relaciona el tema de involucrado en la resolución de los problemas

planteados. A continuación, se presentan en la Tabla 2 algunas características del conocimiento ampliado de los docentes.

Tabla 2 - Características del conocimiento ampliado de los docentes

Características	Ejemplos de respuestas
El 100% de los docentes presentan deficientes conceptos y desconocen propiedades asociadas a la probabilidad.	Respuesta de D6 a 2b  Respuesta de D11 a 3b 
El 100% de los docentes desconocen contenidos del currículo escolar con el que se relaciona el tema de probabilidad.	Respuesta de D11 a 1d 

Fuente: El Autor (2023).

Conocimiento especializado

Frente a las estrategias que utilizarían los docentes para explicar problemas de probabilidad a los estudiantes, el 90% de la muestra no son capaces de especificar una estrategia detallada para explicar las situaciones planteadas ni describir situaciones experimentales concretas y experimentos similares para explicar los problemas sobre probabilidad. Aunque reconocen la importancia de recrear las situaciones de forma real y práctica no plantean estrategias puntuales para explicar las situaciones. Asimismo, el 90% de los docentes manifiesta reconocer algunos recursos para explicar problemas de probabilidad, dentro de ellos se encuentran monedas, cajas de cartón, bolas de diferentes colores, papel, bolsas, dados, pero no explican cómo utilizarlos ni justifican porque los eligen.

Del mismo modo, el 100% de la muestra manifiesta no conocer diferentes formas para resolver problemas sobre probabilidad. Todo lo anterior evidencia débil conocimiento especializado del contenido de probabilidad de los docentes de básica primaria. A continuación, se presentan en la Tabla 3 algunas características del conocimiento especializado de los docentes.

Tabla 3 - Características del conocimiento especializado de los docentes

Características	Ejemplos de respuestas
Los docentes desconocen de una estrategia detallada para explicar problemas sobre probabilidad a los estudiantes.	<p>Respuesta de D5 a 1e</p> <p>uso de material concreto y manipulación, uso de simuladores</p>
Los docentes reconocen algunos recursos para explicar problemas de probabilidad, pero no explican cómo utilizarlos ni justifican porque los eligen.	<p>Respuesta de D9 a 1f</p> <p>utilizaría un manual</p> <p>Respuesta de D4 a 3e</p> <p>usando cajas, bolas rojas, verdes y blancas</p>
Los docentes no conocen diferentes formas para resolver problemas sobre probabilidad.	<p>Respuesta de D9 a 3f</p> <p>si existe, pero no se como hacerlo</p>

Fuente: El Autor (2023).

Significados asociados al concepto de probabilidad

El significado que tuvo más presencia en la resolución de las situaciones planteadas es el intuitivo, el cual se presentó en todos los problemas. Este se evidenció a través del manejo de términos de uso común para dar respuesta a los problemas y a la asignación cualitativa de probabilidades a los sucesos. También, se evidenció la toma de decisiones de los maestros influenciadas por resultados anteriores en un evento y la asignación de probabilidades a partir de los datos con mayor o menor frecuencias en las situaciones presentadas. Dentro de las expresiones de uso común se destacan expresiones como: lo más probable, estar segura, entre otras. A continuación, se presentan en la Tabla 4 algunas características del significado intuitivo de los docentes.

Tabla 4 - Características del significado intuitivo de los docentes

Características	Ejemplos de respuestas
Se asigna cualitativamente probabilidades a sucesos a partir de favoritismos particulares.	<p>Respuesta de D8 a 2a</p> <p>Es más probable sacar una bola blanca en la caja B, ya que hay mayor número de bolas</p>
Respuesta basada en la intuición para asignar la probabilidad.	<p>Respuesta de D11 a 2a</p> <p>Existe la misma Probabilidad de sacar una bola blanca en ambos cajas debido a que hay la misma cantidad</p>
Presencia de elementos lingüísticos (expresiones verbales y términos asociados al significado intuitivo).	<p>Respuesta de D5 al problema 7a</p> <p>Es más probable que salga el 3 o el 2 ya que han salido varias veces</p>

Fuente: El Autor (2023).

El segundo significado con más presencia en las respuestas de los docentes fue el clásico, evidenciado a través de la aplicación de la regla de Laplace. Además, se presentó en la manifestación de expresiones como casos favorables y casos posibles. A continuación, se presentan en la Tabla 5 algunas características del significado clásico de los docentes.

Tabla 5 - Características del significado clásico de los docentes

Características	Ejemplos de respuestas
Se evidenció la aplicación de la regla de Laplace en experimentos simples.	<p>Solución del docente D1 a 1a</p> $P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$ $P(\text{calle}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$
Presencia de elementos lingüísticos (expresiones verbales y términos asociados al significado clásico).	<p>Término utilizado por D3 en 1a</p> <p>C: probabilidad de sacar bola blanca</p> $p(c) = \frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos posibles}}$

Fuente: El Autor (2023).

Por su parte, el significado frecuencial solo se presentó en un solo problema, manifestado a través de la realización de procedimientos de forma gráfica en el cual se distribuyeron los datos de acuerdo a la frecuencia que tuvieron en el problema y de esta manera poder hacer la interpretación. También, se encontró que el significado subjetivo solo se evidenció en un solo problema.

Discusión y conclusiones

Conocimiento común del contenido

El conocimiento común de los docentes de básica primaria sobre probabilidad es deficiente, debido a que los problemas propuestos no fueron resueltos de forma correcta por el 53.2% de los maestros. Además, se observó el uso incorrecto de estrategias en la mayoría de los problemas planteados y se evidenciaron dificultades y errores asociados a la presencia de heurísticas y sesgos probabilísticos. Asimismo, un alto porcentaje de docentes no realizan un procedimiento matemático adecuado a las situaciones propuestas, limitándose a realizar solo estimaciones de forma cualitativa, teniendo en cuenta su intuición.

Frente a la comprensión de la independencia de sucesos, los resultados permitieron revelar el impacto que tiene cuando se conocen secuencias de resultados preliminares en el lanzamiento de una moneda o un dado, el cual incidió en la respuesta de algunos docentes, evidenciándose la presencia de la recencia negativa y positiva, descritas por algunos autores, como Piaget e Inhelder (1951), los cuales lo asocian a la heurística de la representatividad.

Del mismo modo, se encontró que los maestros poseen un débil conocimiento en lo referente al cálculo y comparación de probabilidades de sucesos elementales no equiprobables, presentándose errores como: solo fijarse en los casos favorables para tomar la decisión, tener en cuenta como valor principal para la tomar la decisión únicamente el total de los datos, la comparación de fracciones resultantes en el cálculo de las probabilidades y la confrontación del número de casos desfavorables. Además, se observó la presencia del sesgo de la equiprobabilidad, conllevando a que los docentes aplicaran sin distinción alguna la regla de Laplace a todos los casos.

Un aspecto relevante es que los maestros, frente a la noción de suceso seguro y suceso posible, presentan un conocimiento común del contenido medianamente adecuado, debido a que se pudo evidenciar la comprensión de este aspecto y de

algunos elementos básicos de combinatoria permitiendo enumerar diferentes casos posibles en un experimento, a diferencia de los estudios realizados por Vásquez (2015) y Fischbein y Gazit (1984), en el cual los docentes presentan mayores dificultades. Del mismo modo, los maestros presentan dificultades asociadas al desconocimiento del espacio muestral de un experimento y evidencian argumentaciones equivocadas que muestran el bajo conocimiento de tópicos asociados a la independencia de sucesos.

Conocimiento ampliado del contenido

Los docentes presentan un conocimiento ampliado deficiente frente al contenido de probabilidad, lo cual coincide con investigaciones como la de Vásquez (2014). Los maestros desconocen las propiedades que se deben aplicar para resolver problemas sobre probabilidad y no son capaces de identificar los conceptos específicos inmersos en los problemas vinculados al tema de probabilidad.

Del mismo modo, los docentes presentan un débil conocimiento de los contenidos más avanzados del currículo escolar con el cual se relaciona el tema de probabilidad, solo logran relacionar el tema de probabilidad con algunos contenidos como: fracciones, porcentajes, decimales y números enteros, pero ninguno fue capaz de vincular las situaciones planteadas con conceptos y contenidos pertenecientes a los niveles superiores.

Conocimiento especializado del contenido

El conocimiento especializado de los docentes de básica primaria sobre probabilidad es muy deficiente, dado que el 90% de los docentes no son capaces de especificar una estrategia detallada para explicar problemas sobre probabilidad, ni son capaces de describir situaciones experimentales concretas y experimentos similares para explicar problemas en este tema. Aunque reconocen la importancia de recrear las situaciones de forma real y práctica, no plantean estrategias puntuales para explicar las situaciones. Estos resultados concuerdan con los de Vásquez (2014) y Gómez Torres (2014).

Asimismo, frente al conocimiento de los recursos necesarios para explicar problemas sobre probabilidad a los estudiantes es deficiente, debido a que el 90% de los docentes, solo reconocen algunos recursos como: monedas, cajas de cartón, bolas de diferentes colores, papel, bolsas, dados, pero no saben cómo utilizarlos ni

justifican porque los eligen. Del mismo modo, el 100% de los docentes investigados no conocen diferentes formas de resolver problemas sobre probabilidad.

Significados asociados al concepto de probabilidad

En lo referente a la identificación de los significados que los docentes asignan a la probabilidad, se encontró que los maestros presentan nociones y conocimientos asociados principalmente a características del significado intuitivo de la probabilidad, seguida por el significado clásico y en menor proporción el significado frecuencial y subjetivo, lo cual coincide con los resultados hallados por Burbano Pantoja y Valdivieso Miranda (2021), en el cual encontraron que los significados que más prevalecen sobre la probabilidad, son el intuitivo y el clásico.

La evidencia del significado clásico se ve reflejada en la aplicación de la regla de Laplace y en la utilización de expresiones como casos favorables y casos posibles. En este sentido, los docentes asignan probabilidades en una escala numérica, a través de porcentajes y fracciones, infiriendo que la cuantificación es el medio más viable y común para asignar probabilidades y tomar decisiones en situaciones de incertidumbre. Del mismo modo, las evidencias de las características asociadas al significado intuitivo se reflejan a través del uso de términos de la cotidianidad para dar respuesta a los problemas y a la asignación de probabilidades de forma cualitativa a partir de preferencias individuales.

De igual forma, en lo concerniente a las características que los maestros presentaron frente al significado frecuencial, el cual se dio en menor escala, se vieron manifestadas a través de la realización de procedimientos de forma gráfica en el cual se presentan las frecuencias de los datos. Asimismo, las evidencias presentadas frente al significado subjetivo, se reflejaron en la asignación de probabilidades a partir de experiencias personales.

Referencias

- ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; GEA SERRANO, M. M. La componente mediacional del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre Estadística: un estudio de evaluación exploratorio. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 1, n. 1, p. 54-75, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.24116/emd25266136v1n12017a03>. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/316564913_La_componente_mediaciona_l_del_conocimiento_didactico-matematico_de_futuros_profesores_sobre_Estadistica_un_estudio_de_evaluacion_exploratorio. Acceso en: 6 dic. 2020.
- AZCÁRATE GODED, M. P. *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad: su estudio en el caso de la enseñanza primaria*. 1995. Tesis (Doctorado en Educación) - Universidad de Cádiz, 1995.
- AZCÁRATE GODED, P.; CARDEÑOSO DOMINGO, J. M.; PORLÁN ARIZA, R. Concepciones de futuros profesores de primaria sobre la noción de aleatoriedad. *Enseñanza de las Ciencias*, Barcelona, v. 16, n. 1, p. 85-97, 1998.
- BALL, D. L. Bridging practices: intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, v. 51, n. 3, p. 241-247, 2000. DOI: <https://doi.org/10.1177/0022487100051003013>. Disponible en: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022487100051003013>. Acceso en: 5 enero 2021.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowlegde for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, Thousand Oaks, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008. DOI: <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>. Disponible en: <https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0022487108324554>. Acceso en: 6 dic. 2020.
- BARAJAS MÁRQUEZ, M. W. El análisis de información en el quehacer de la psicología como ciencia: perspectiva desde el enfoque cuantitativo y cualitativo. *Psicología Iberoamericana*, Ciudad de México, v. 24, n. 1, p. 5-7, 2016.
- BATANERO, C. *Didáctica de la estadística*. Granada: Universidad de Granada, 2001. Disponible en: <https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf>. Acceso en: 20 jun. 2019.
- BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, [S. l.], v. 8, n. 3, p. 247-263, 2005.
- BATANERO, C.; ORTIZ, J. J.; SERRANO ROMERO, L. Investigación en didáctica de la probabilidad. *Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, Barcelona, n. 44, p. 7-16, 2007.

BATANERO, C.; GÓMEZ TORRES, E; SERRANO, L.; CONTRERAS GARCÍA, J. M. Comprension de la aleatoriedad por futuros profesores de educacion primaria. *Journal of Research in Mathematics Education*, Barcelona, v. 1, n. 3, p. 222-245, 2012. DOI: <http://dx.doi.org/10.4471/redimat.2012.13>. Disponible en: <https://hipatiapress.com/hpjournals/index.php/redimat/article/view/379>. Acceso en: 20 jun. 2019.

BATANERO, C. Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. En: CONGRESSO URUGUAYO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 6., 2016, Montevideo. Actas [...]. Montevideo: Sociedad de Educación Matemática Uruguay, 2016. p. 24-31.

BURBANO PANTOJA, V. M.; VALDIVIESO MIRANDA, M. A.; BURBANO VALDIVIESO, A. S. El conocimiento didáctico del contenido sobre probabilidad en profesores de matemáticas de la educación básica secundaria colombiana. *Revista Espacios*, Caracas, v. 41, n. 37, 2020.

BURBANO PANTOJA, V. M.; VALDIVIESO MIRANDA, M.A. Modelo del pedagogical content knowledge aplicado en probabilidad para la educación media. *Educación y Humanismo*, [S. l.], v. 23, n. 41, p. 234-253, 2021. DOI: <https://doi.org/10.17081/eduhum.23.41.4321>. Disponible en: <http://revistas.unisimon.edu.co/index.php/educacion/article/view/4321/5300>. Acceso en: 3 enero 2022.

CALLINGHAM, R.; WATSON, J. Measuring levels of statistical pedagogical content knowledge. En: BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. (ed.). *Teaching statistics in school mathematics: challenges for teaching and teacher education: a joint ICMI/IASE study*. Dordrecht: Springer, 2011. p 283-293. DOI: http://dx.doi.org/10.1007/978-94-007-1131-0_28. Disponible en: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-94-007-1131-0_28. Acceso en: 3 enero 2022.

ALONSO-CASTAÑO, M.; ALONSO, P.; MELLONE, M.; RODRÍGUEZ-MUÑIZ, L. J. Conocimiento matemático de maestros en formación cuando crean y resuelven una tarea de probabilidad. En: MARBÁN PRIETO, J. M.; SÁNCHEZ, M. A.; SÁEZ, A. M.; ESCOLANO, J. M. M.; PASTELLIS, A. A. (coord.). *Investigación en educación matemática XXIII*. Valladolid: SEIEM, 2019.

ESTRADA, A.; BATANERO, C. Prospective primary school teachers' attitudes towards probability and its teaching. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, [S. l.], v. 15, n. 1, 2019. DOI: <https://doi.org/10.29333/iejme/5941>. Disponible en: <https://www.iejme.com/download/prospective-primary-school-teachers-attitudes-towards-probability-and-its-teaching-5941.pdf>. Acceso en: 6 nov. 2020.

FISCHBEIN, E.; GAZIT, A. Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions?: an exploratory research study. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 15, p. 1-24, 1984.

FONT, V.; GODINO, J. D.; GALLARDO, J. The emergence of objects from mathematical practices. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 82, p. 97-124, 2013.

GODINO, J. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 22, n. 2/3, p. 237-284, 2002.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM; mathematics education, [S. l.]*, v. 39, p. 127-135, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-006-0004-1>. Acceso en: 10 enero 2022.

GODINO, J. D.; GIACOMONE, B.; BATANERO, C.; FONT, V. Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, Rio Claro, SP, v. 31, n. 57, p. 90-113, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>. Disponible en: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/jQy8nXFVBd9wPYY5R38JFYw/?lang=es>. Acceso en: 10 enero 2022.

GODINO, J. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, Andujar, v. 5, n. 20, p. 13-31, 2009.

GÓMEZ TORRES, E. *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para enseñar la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. 2014. 355 p. Tesis (Doctorado) - Universidad de Granada, Granada, 2014.

HASHWEH, M. Z. Teacher pedagogical constructions: a reconfiguration of pedagogical content knowledge. *Teachers and Teaching: theory and practice, [S. l.]*, v. 11, n. 3, p. 273-292, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1080/13450600500105502>. Disponible en: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/13450600500105502>. Acceso en: 10 marzo 2020.

LATORRE, A.; RINCÓN, D.; ARNAL, J. *Bases metodológicas de la investigación educativa*. Santiago: Ediciones Hurtado, 1997.

LECOUTRE, M. P. Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 23, p. 557-568, 1992. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00540060>. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00540060>. Acceso en: 10 marzo 2020.

SOSA GUERRERO, L.; LEÓN BANGUERO, J. M.; CARRILLO YÁÑEZ, J. Conocimiento del profesor sobre el aprendizaje en probabilidad condicional: un estudio de caso. *PNA: Revista de Investigación en didáctica de la matemática, [S. l.]*, v. 15, n. 1, p. 1-25, 2020.

LURDUY, O. *Evaluación y conceptualización de las competencias de análisis y reflexión didáctica en Estudiantes para profesor de matemáticas: el caso de la*

Universidad Distrital-LEBEM. 2013. Tesis (Doctorado) - Facultad de Ciencias y Educación, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, 2013.

MORALES, G. M. A. *Historia de la probabilidad (desde sus orígenes hasta laplace) y su relación con la historia de la teoría de la decisión*. Madrid: A.C, 2002.

COLOMBIA. Ministerio de Educación Nacional. *Lineamientos curriculares: matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 1998.

COLOMBIA. Ministerio de Educación Nacional. *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2006.

COLOMBIA. Ministerio de Educación Nacional. *Derechos básicos de aprendizaje: matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2016.

NATIONAL COUNCIL FOR ACCREDITATION OF TEACHER EDUCATION. *Professional standards for the accreditation of teacher preparation institutions*. Washington: NCATE, 2008.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL (Estados Unidos). *National science education standards*. Washington, DC: Academic Press, 1996.

NATIONAL SCIENCE TEACHERS ASSOCIATION. *Standards for science teacher preparation*. Washington, DC: NSTA, 1999.

OTZEN, T.; MANTEROLA, C. Técnicas de muestreo sobre una población a estudio. *Int. J. Morphol.*, Temuco, v. 35, n. 1, p. 227-232, 2017. DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0717-95022017000100037>. Disponible en: https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0717-95022017000100037. Acceso en: 10 enero 2020.

PIAGET, J.; INHELDER, B. *La genése de l'idée de hasard chez l'enfant*. París: Presses Universitaires de France, 1951.

PINO-FAN, L. R.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, [S. l.], v. 36, n. 1, p. 87-109, 2015.

PIÑUEL RAIGADA, J. I. *Epistemología, metodología y técnicas del análisis de contenido*. *Estudios de Sociolingüística*, [S. l.], v. 3, n. 1, p. 1-42, 2002.

RODRÍGUEZ SABIOTE, C.; LORENZO QUILLES, O.; HERRERA TORRES, L. Teoría y práctica del análisis de datos cualitativos: proceso general y criterios de calidad. *Revista Internacional de Ciencias Sociales y Humanidades*, [S. l.], v. 15, n. 2, p. 133-154, 2005.

SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J. Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. En: WOOD, T.; TIROSH, D. (ed.). *International handbook of mathematics teacher education: tools and processes in mathematics teacher education*. v. 2. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. p. 321-356.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, Cambridge, v. 57, n. 1, 1987.

VALBUENA USSA, E. O. *El conocimiento didáctico del contenido biológico: estudio de las concepciones disciplinares y didácticas de futuros docentes de la Universidad Pedagógica Nacional (Colombia)*. 2007. 633 p. Tesis (Doctorado) – Universidad Complutense de Madrid, Madrid, 2007.

VÁSQUEZ, C. A. Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo. 2014. Tesis (Doctorado) - Universidad de Girona, Girona, 2014.

VÁSQUEZ, C. A.; ALSINA, Á. Enseñanza de la probabilidad en educación primaria: un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números*, [S. l.], n. 85, p. 5-23, 2014.

VÁSQUEZ, C. A. Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo. *Enseñanza de las Ciencias*, [S. l.], v. 33, n. 2, p. 255-256, 2015.

VÁSQUEZ, C. A; ALSINA, Á. El conocimiento del profesorado para enseñar probabilidad: un análisis global desde el modelo del conocimiento didáctico-matemático. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, [S. l.], n. 7, p. 27-48, 2015.

WATSON, J. M. Profiling teachers competence and confidence to teach particular mathematics topics: the case of chance and data. *Journal of Mathematics Teacher Education*, [S. l.], v. 4, n. 4, p. 305-337, 2001. DOI: <https://doi.org/10.1023/A:1013383110860>. Disponible en: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1013383110860>. Acceso en: 10 enero 2020.