

Relación entre la Yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros

MELECIO PARAGUA MORALES^I

MELISSA GABRIELA PARAGUA MACURI^{II}

CARLOS ALBERTO PARAGUA MACURI^{III}

<http://dx.doi.org/10.22347/2175-2753v13i38.2956>

Resumen

El objetivo de esta investigación fue determinar si la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL mejora su aprendizaje respecto a la multiplicación de números enteros. La muestra fue conformada por 147 alumnos divididos en dos grupos (57 en el grupo experimental y 90 en el grupo control); la metodología usada fue de tipo explicativo con análisis descriptivo y el diseño de la investigación fue el cuasi experimental. Se aplicaron tres pruebas a ambos grupos (prueba de entrada, proceso y salida); también se realizó una prueba de hipótesis con nivel de significancia del 5% y un nivel de confianza del 95%. En los resultados se demostró que entre el GE y el GC, el primer grupo tuvo una mejora de 2,54 puntos en promedio respecto al otro grupo. Se concluyó que la aplicación de la Yupana logró que los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física mejoren su nivel de aprendizaje de la multiplicación de números enteros.

Palabras clave: Aprendizaje. Yupana. Matemática. Metodología ancestral.

Submetido em: 18/06/2020

Aprovado em: 08/02/2021

^I Universidad Nacional Hermilio Valdizan, Huánuco, Perú, <https://orcid.org/0000-0001-6446-1816>, e-mail: melesioparagua@gmail.com

^{II} Instituto de Oftalmobiología Aplicada Loba, Lima, Perú, <https://orcid.org/0000-0001-7291-7131>, e-mail: autores123@yahoo.com

^{III} Universidad Nacional Hermilio Valdizan, Huánuco, Perú, <https://orcid.org/0000-0003-2823-8769>, e-mail: autores2021@yahoo.com

Relation between Yupana and learning to multiply whole numbers

Abstract

The research objective is to determine if the application of Yupana in students of the Undergraduate Course of Mathematics and Physics at UNHEVAL improves their learning with respect to the multiplication of integers. The sample was made up of 147 students divided into two groups (57 in the experimental group and 90 in the control group). The methodology was explanatory with descriptive analysis and the research design was *quasi*-experimental. Three tests were applied to both groups (input, process and output test), and a hypothesis test was also performed with a significance level of 5% and a confidence level of 95%. The results showed that between EG and CG, the first group had an average improvement of 2.54 points over the other group. It was concluded that the application of the Yupana allowed the students of the Undergraduate Course of Mathematics and Physics to improve their level of learning of the multiplication of integers.

Keywords: Learning. Yupana. Mathematics. Ancient methodology.

Relação entre a Yupana e a aprendizagem da multiplicação de números inteiros

Resumo

O objetivo da pesquisa é determinar se a aplicação da Yupana em alunos da Carreira Profissional de Matemática e Física da UNHEVAL melhora o aprendizado deles com respeito à multiplicação de inteiros. A amostra foi composta por 147 alunos divididos em dois grupos: experimental (GE – 57) e controle (GC – 90). A metodologia foi explicativa com análise descritiva e o desenho da pesquisa foi quase-experimental. Três testes foram aplicados aos dois grupos (teste de entrada, processo e saída) e um teste de hipóteses foi feito com nível de significância de 5% e nível de confiança de 95%. Os resultados mostraram que, entre o GE e o GC, o primeiro grupo teve uma melhora média de 2,54 pontos em relação ao outro. Concluiu-se que, com a aplicação da Yupana, os alunos da Carreira Profissional de Matemática e Física melhoraram o seu nível de aprendizado da multiplicação de números inteiros.

Palavras-chave: Aprendizagem. Yupana. Matemática. Metodologia ancestral.

Introducción

El proceso de aprendizaje - enseñanza de la matemática en todos los niveles educativos es muy complejo por distintos factores, por lo que el bajo rendimiento académico en matemáticas es un problema; así, casi siempre se producen fobias y rechazos que dificultan el aprendizaje de los alumnos (ZAMORA-ARAYA, 2020). Las matemáticas se caracterizan por dos formas (gráfica y simbólica), ya que el lenguaje es complejo y la matemática necesita estas dos codificaciones para poder llegar a una exactitud (CABALLERO JIMÉNEZ; ESPÍNOLA REYNA, 2016); para ello, debido a su dificultad, es necesario que los docentes tengan un amplio conocimiento del área. Otro aspecto que los profesores deben de dominar son las metodologías didácticas y estrategias adecuadas para cada tema que va a ser tratado en la enseñanza, pues solo así se garantiza un proceso de aprendizaje - enseñanza de calidad (JIMÉNEZ ESPINOSA; GUTIÉRREZ SIERRA, 2017).

Uno de los principales problemas que se presenta hasta la actualidad en varios centros educativos es una memorización indiscriminada como estrategia de instrucción en el aprendizaje. Un ejemplo son las tablas de multiplicar que poco o nada aportaban en los conocimientos y desarrollo de las habilidades cognitivas de los estudiantes sin alternativas para la innovación en el aprendizaje (GUERRERO SALAZAR; PRIETO LÓPEZ; NOROÑA MEDINA, 2018).

Por otro lado, de acuerdo a un informe que fue publicado en el 2019 por el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA), Perú es uno de los países con una educación de bajo nivel tanto a nivel mundial como latinoamericano, ocupando los últimos puestos, en especial en el área de matemáticas donde está en el puesto 63 (ver figura 1); de esta manera, los resultados son muy poco favorables para el caso peruano (ORGANIZACIÓN DE COOPERACIÓN Y DESARROLLO ECONÓMICO, 2019).

Figura 1 - Resultados de la prueba de PISA



Fuente: ORGANIZACIÓN DE COOPERACIÓN Y DESARROLLO ECONÓMICO (2019).

El aprendizaje de las matemáticas es esencial para el estudiante actual de cualquier parte del planeta y es por esto que la asignatura de matemáticas se encuentra en todos los currículos de todo sistema educativo formal. No obstante, no solo son importantes las matemáticas sino las demás materias que ayudan al alumno a desarrollar sus habilidades. En ese sentido, es necesario que los docentes transfieran de una manera eficaz sus enseñanzas para que los estudiantes desarrollen autonomía, responsabilidad, gusto por la materia y seguridad para resolver los problemas numéricos, puesto que un aprendizaje no adecuado repercutirá en la elección de una carrera profesional, al igual que en su vida diaria (CERDA ETCHEPARE; PÉREZ; CASAS BOLAÑOS; ORTEGA RUIZ, 2017; BRAVO TORRES; VERGARA TAMAYO, 2018).

El presente estudio es importante porque muestra los resultados de la aplicación de la Yupana, un material didáctico que los estudiantes pueden elaborar bajo la asesoría del docente, aplicando juegos matemáticos para aprender de manera más didáctica la multiplicación de números enteros.

Dicho esto, la investigación tiene como objetivo principal determinar si la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán (UNHEVAL) mejora su aprendizaje respecto a la multiplicación de números enteros.

Marco Teórico

Origen Histórico de la Yupana

Los humanos desde su origen eran nómadas, se trasladaban de un lugar a otro sin asentarse en uno solo, siendo recolectores y cazadores. No obstante, una vez que dejaron de trasladarse de un lugar a otro, se convirtieron en agricultores y ganaderos (HOCSMAN; PILAR BABOT, 2018). Este hecho hizo que nuestros antepasados comenzaran a idear formas de contar a los animales o la cantidad de producción obtenida de una manera más eficiente, por lo que terminaron alcanzando dicho nivel de conocimiento por la necesidad y así se crearon sociedades en las que se destacaba la matemática como el elemento desarrollador principal (TUN; DÍAZ SOTELO, 2015).

Así, los Incas decidieron crear la Yupana. El término procede del quechua *Yupay*, que significa contar o contabilizar, al que luego se le modificó al término que se usa actualmente (APAZA LUQUE; ATRIO CERREZO, 2016); la Yupana es conocida como el

ábaco Inca (PARDO GÓMEZ, 2018), es un tablero de cuentas con el cual se realizaban las operaciones numéricas (APAZA LUQUE; ATRIO CERESO, 2016).

Por otro lado, solo se dispone de dos fuentes para poder entender y obtener información sobre la Yupana, según Radicati di Primeglio (1950): "La primera fuente es la Crónica de Guamán Poma, que lo presenta como una especie de tablero con escaques" (GUAMAN POMA DE AYALA, 1613, p. 360); la segunda fuente es la Historia del Reino de Quito, escrita por el padre Juan Velasco, que sostiene que eran "ciertos archivos o depósitos hechos de madera, de piedra o de barro, con diversas separaciones, en las cuales se colocaban piedrecillas de distintos tamaños, colores y figuras angulares" (VELASCO, 1841, p. 7).

La descripción que hizo Velasco acerca de la Yupana coincide con la crónica de Guamán Poma de Ayala. Ambos autores ilustran la manera de contar de los antiguos *quipucamayoc*, y estas descripciones constituyen la única gráfica segura que hasta el momento se tiene de la Yupana, que respaldaba el sistema contable de los incas.

Antecedentes

Pardo Gómez (2018) en su estudio sobre la Aplicación de la Yupana como estrategia Etnomatemática para la construcción del número en niños del primer y segundo grado de la Institución Educativa N°54163 del distrito de San Jerónimo - 2017, realizó una investigación que tuvo como objetivo aplicar la Yupana como estrategia Etnomatemática para la enseñanza de números a los niños y niñas de primero y segundo grado, con una muestra de 53 alumnos de dicha institución educativa, a los cuales se les dividió en dos grupos (uno de control y otro experimental). En la metodología se utilizó el pretest y posttest, que fueron aplicados a ambos grupos de alumnos. Los resultados del estudio mostraron que durante el pretest (grupo experimental) el 57% de los niños no establecen relaciones comparativas entre los elementos de un conjunto ni tampoco los ordenan según sus diferencias (decreciente o creciente) y el 64% no percibe que una cantidad varíe cualesquiera que sean las modificaciones. Los resultados generales en el pretest del grupo experimental son que el 57% de los alumnos no desarrollan capacidades de construcción de números.

Respecto al grupo control durante el pretest, el 60% no establece relaciones comparativas entre los elementos de un conjunto ni tampoco los ordena según sus diferencias (decreciente o creciente); el 64% no percibe que una cantidad varíe cualesquiera que sean las modificaciones. En resultados generales, el 60% de los estudiantes no desarrolla capacidades de construcción de números. Durante el

postest, el grupo experimental tuvo resultados como: el 79% sí establece relaciones comparativas entre los elementos de un conjunto y los ordena según sus diferencias (sea decreciente o creciente) y el 61% no percibe que una cantidad varíe cualesquiera que sean las modificaciones. Los resultados generales en el postest del grupo experimental son que el 75% de los alumnos desarrollan capacidades de construcción de números (PARDO GÓMEZ, 2018).

Por otro lado, en cuanto al grupo control durante el postest, el 52% no establece relaciones comparativas entre los elementos de un conjunto ni tampoco los ordena según sus diferencias (decreciente o creciente) y el 52% no percibe que una cantidad varíe cualesquiera que sean las modificaciones. En resultados generales, el 54% de los estudiantes desarrolla capacidades de construcción de números. El autor llegó a la conclusión de que existen diferencias estadísticamente significativas entre el grupo experimental y control (PARDO GÓMEZ, 2018).

Cabrera Navarrete (2018) en su estudio "La Yupana: Un instrumento histórico como alternativa didáctica para el desarrollo de competencias matemáticas en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas", tuvo como objetivo proponer una alternativa de solución en beneficio académico del estudiante para poder desarrollar mejor sus capacidades matemáticas y el desarrollo de competencias. La muestra estuvo conformada por 33 estudiantes; respecto a la metodología, se hizo una revisión bibliográfica de textos matemáticos y sobre el uso de la Yupana se realizó una experimentación con base a secuencias didácticas elaboradas a los estudiantes. Los resultados fueron que los estudiantes lograron resolver problemas matemáticos con más facilidad, y también tuvieron la oportunidad de autoevaluar el desarrollo de sus capacidades matemáticas notando mejoras, puesto que ya podían hacer procedimientos como cálculos mentales o utilizar algoritmos al realizar las cuatro operaciones básicas. En conclusión, con la Yupana es posible mejorar y desarrollar capacidades y competencias matemáticas de los alumnos.

El estudio "Aproximación a la Concepción Etnomatemática" de Batallas Bédon, Sono, Cadena y Aroca (2017) tuvo como objetivo describir resultados e indagaciones sobre la Etnomatemática y las investigaciones realizadas en las grafías con la lógica andina para dar una visión general. Respecto a la metodología, los autores consiguieron 30 elementos informativos; entre ellos consultaron a docentes que hubieran impartido clases sobre Etnomatemática; también investigaron en distintas universidades acerca del tema. Los resultados fueron que existen muy pocas fuentes

o libros electrónicos acerca del tema; existen profesores que enseñan sus clases con materiales didácticos ancestrales, y la Yupana fue uno de esos métodos que se encontró en el estudio y que los profesores aplicaron para enseñar operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Se concluyó que la Etnomatemática impulsa la valoración de los métodos ancestrales para poder aprender matemáticas de una manera más didáctica y fácil; también, que el uso de materiales concretos favorece el aprendizaje de los alumnos, ya que profundiza sus conocimientos.

Montalvo Castro (2017) en su investigación "Modelo de interfaz narrativa para facilitar el razonamiento matemático infantil", tuvo como objetivo evaluar en forma experimental el prototipo de una interfaz digital narrativa que pretende ayudar a los estudiantes a resolver problemas aritméticos elementales. Tuvo como muestra 18 alumnos; en la metodología, incorporó una calculadora gráfica basada en la Yupana para la enseñanza de los problemas matemáticos. El prototipo estuvo basado en una prueba experimental, por lo que los niños tuvieron que responderla. En los resultados se observaron indicadores como las posibles equivocaciones antes de llegar a la respuesta correcta por parte de los estudiantes, la necesidad de retroceder para revisar nuevamente los datos del problema y poder responder y las eventuales participaciones del facilitador para ayudar a los alumnos en los problemas. Respecto al indicador de la necesidad de retroceder, hubo 16 niños que tuvieron que retroceder y revisar nuevamente los datos del problema; se equivocaron el mismo número de estudiantes antes de llegar a la respuesta correcta y 10 estudiantes necesitaron la ayuda del facilitador. Se siguió enseñando con esta calculadora básica basada en la Yupana hasta que se volvió a hacer la prueba y hubo mejora, obteniendo datos de 8,4 y 8 (necesidad de retroceder, número de estudiantes que se equivocaron hasta llegar a la respuesta correcta y el facilitador ayudó a los alumnos respectivamente). Se concluyó que el prototipo experimental influyó en enriquecer la capacidad cognitiva de los estudiantes, puesto que mejoró el aprendizaje de los alumnos respecto al razonamiento matemático.

Materiales y Métodos

La investigación es de tipo explicativo con análisis descriptivo; el diseño de la investigación fue el cuasi experimental, con prueba de entrada de carácter diagnóstica, prueba de proceso y prueba final. Las pruebas fueron tomadas para la

comprobación del nivel de aprendizaje de la multiplicación de números enteros con la aplicación de la Yupana como material didáctico. Las pruebas se aplicaron tanto al grupo experimental (GE) como al grupo de control (GC).

Se optó por la presentación de la población y muestra en una sola tabla debido al número total de matriculados en la Carrera Profesional de Matemática y Física de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán; dicha forma de tomar la muestra se denomina no aleatorio o intencionado. Se trabajó con la totalidad de estudiantes matriculados en la mencionada especialidad, tal como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 1 - Población – Muestra de estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán

CICLO	Nº DE ESTUDIANTES	GC	GE
I	25	25	
III	40	40	
V	32		32
VII	25	25	
IX	25		25
TOTAL	147	90	57

Fuente: El autor (2019).

El instrumento de recolección de datos fue la prueba evaluativa tipo escrita para desarrollar, con los nombres de: prueba de entrada (PE), que sirvió para diagnosticar el porcentaje de temas prerrequisito que tenían los estudiantes antes de aplicar la Yupana; prueba de proceso (PP) y prueba de salida (PS), ambas para evaluar el nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z que habían logrado con la ayuda de la Yupana como material didáctico, lo que permitió el uso de la escala vigesimal [00-20] para la calificación.

Los datos recogidos con la PE, PP y PS se procesaron y se obtuvieron los estadígrafos, lo que permitió en cada caso un análisis descriptivo, enfatizándose en las medidas de tendencia central (media, mediana y moda) y las de dispersión (desviación estándar, varianza, coeficiente de asimetría y rango); además se usó el análisis inferencial para la respectiva prueba de hipótesis, mediante la prueba Z para igualdad de medias. Las tres pruebas fueron validadas por menor variabilidad, a través del proceso siguiente: PE, PP y PS fueron aplicados en tres tiempos diferentes a los grupos de tamaño $n = 10$. El análisis descriptivo y la prueba de hipótesis se realizaron con el paquete estadístico SPSS 23 y fijando un nivel de significancia del 5% y un nivel de confianza del 95%.

Resultados

Análisis Descriptivo de Resultados del G.E

Tabla 2 - Nivel de saberes previos respecto a la multiplicación en Z de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL GE

ESTADÍSTICOS	MÓDULO
Media	10,51
Mediana	10,00
Moda	8,00
Desviación estándar	3,48
Varianza de la muestra	12,11
Coefficiente de asimetría	0,66
Rango	12,00
Mínimo	6,00
Máximo	18,00
N	57,00

Fuente: El autor (2020).

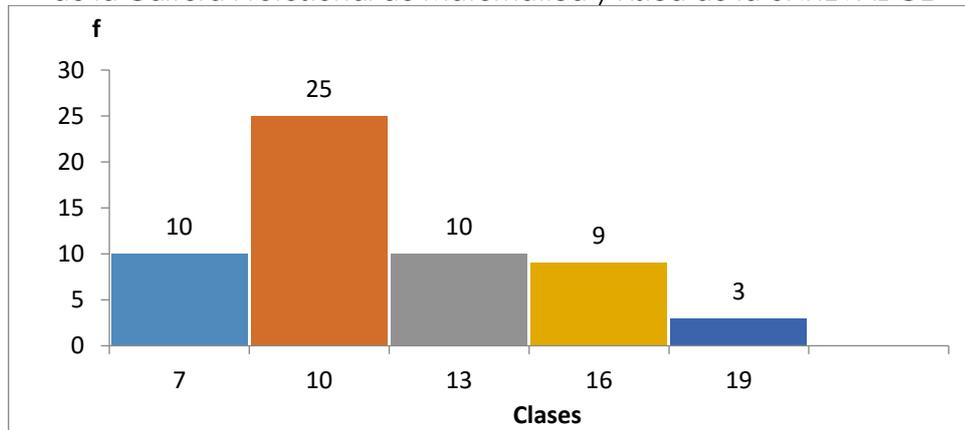
El mínimo aprobatorio en la escala vigesimal de calificación es 10,50; en la tabla 2 se observa que el nivel de saberes previos de las unidades de análisis del G.E. estaban precisamente allí, indicado por la *Media=10,51*; los saberes previos son los temas prerrequisito básicos que todos los estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física deben de conocer para entender el tema de multiplicación de números enteros con la aplicación de la Yupana en clases.

Quedó demostrado que solo poseían aproximadamente el *50%* de saberes previos o conocimientos básicos. Para subsanar esa falencia, se les programó tres sesiones de retroalimentación antes de aplicarles la variable independiente.

Las medidas de dispersión, desviación estándar = 3,48 y rango = 12 son altas, e indican que los niveles de saberes previos de las unidades de análisis entre sí eran bastante heterogéneos, pue, ocupaban el *60%* de la escala de calificación, entre Mínimo = 6 hasta Máximo = 18.

El coeficiente de asimetría = 0,66 configura una asimetría positiva; es decir, el acumulamiento de las unidades de análisis es con tendencia a la clase mínima.

Gráfico 1 - Nivel de saberes previos respecto a la multiplicación en Z de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL GE



Fuente: El autor (2020).

En el gráfico que antecede se observa claramente la asimetría positiva; el mayor apuntamiento que es la clase modal está sobre la clase (7 - 10). La mayor parte de las unidades de análisis tenían niveles de saberes previos con una fuerte tendencia hacia la nota Mínima = 6.

Tabla 3 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z durante la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL GE

ESTADÍSTICOS	MÓDULO
Media	11,95
Mediana	10,00
Moda	10,00
Desviación estándar	2,98
Varianza de la muestra	8,87
Coefficiente de asimetría	0,31
Rango	10,00
Mínimo	8,00
Máximo	18,00
N	57,00

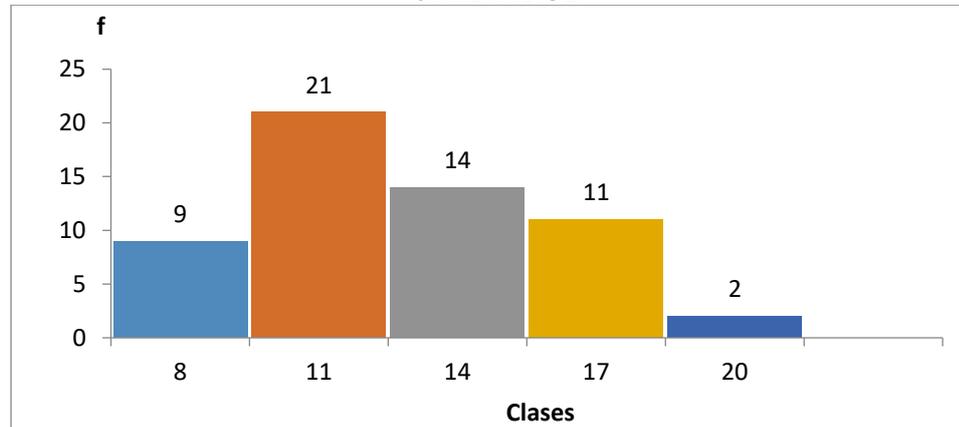
Fuente: El autor (2020).

En la tabla 3 se puede observar que el nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z de los estudiantes del grupo experimental tiene una mejora con Media = 11,95 durante la aplicación de la Yupana; dicho logro es de todas las unidades de análisis; además, lo que se produjo es debido al esfuerzo grupal de las unidades de análisis, porque las medidas de dispersión fueron: desviación estándar = 2,98 y rango = 10, que disminuyen en relación a la PE; es decir, los niveles de aprendizaje de los estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física mejoran y se homogenizan a la vez.

El coeficiente de asimetría = 0,31 configura una asimetría positiva; en este caso, también la acumulación de las unidades de análisis es hacia la nota mínima; pero es

notorio que es en menor número. Es evidente la mejora y debido a ello, los estudiantes se van alejando de la nota mínima; por lo que se puede deducir que el nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z con la aplicación de la Yupana va mejorando.

Gráfico 2 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z durante la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL GE



Fuente: El autor (2020).

El gráfico 2 muestra que el mayor apuntamiento está sobre la clase (8 – 11) donde se encuentran las medidas de tendencia central; esto muestra claramente que su tendencia es hacia la nota mínima, entonces se puede decir que hay una tendencia a mejorar por parte de los estudiantes de la muestra; el nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z con la aplicación de la Yupana.

Tabla 4 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z al finalizar la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL GE

ESTADÍSTICOS	MÓDULO
Media	13,72
Mediana	14,00
Moda	15,00
Desviación estándar	2,18
Varianza de la muestra	4,74
Coeficiente de asimetría	0,55
Rango	9,00
Mínimo	9,00
Máximo	18,00
n	57,00

Fuente: El autor (2020).

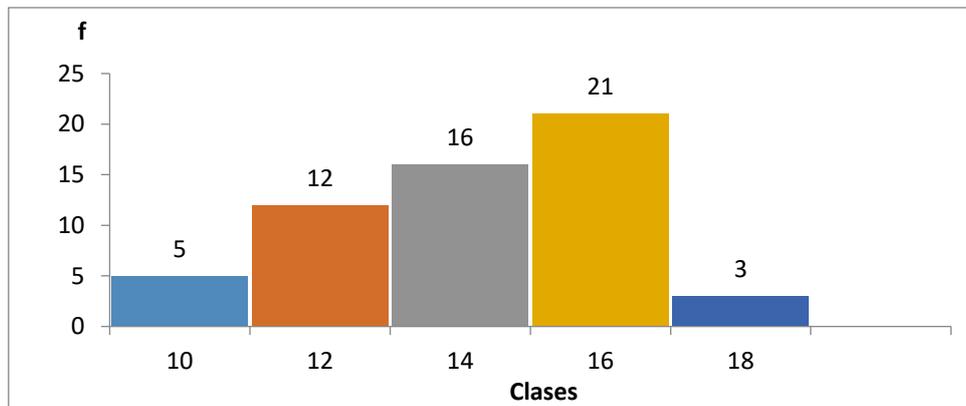
Al finalizar la experiencia de aplicar la Yupana, el nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z ha tenido una gran mejora, indicado por las medidas de tendencia central; la media = 13,72 indica un nivel alto de aprendizaje de las unidades de análisis en conjunto; además, el dato de mayor frecuencia, moda = 15

es alto; por otro lado, la mediana = 14, como dato central indica que la mitad de las unidades de análisis tienen niveles de aprendizaje por encima de 14.

El coeficiente de asimetría = 0,55 sigue configurando una asimetría positiva; esto quiere decir que la mayoría de las unidades de análisis tienden hacia la nota mínima = 9,00.

Hubo una clara disminución de la dispersión con desviación estándar = 2,18, es decir, sí hubo un crecimiento en el nivel de aprendizaje promedio y, a su vez, dicho aumento de nivel fue homogéneo; entonces, se puede afirmar que dicho aumento en el nivel de aprendizaje fue debido a la aplicación de la Yupana como medio didáctico.

Gráfico 3 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z al finalizar la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL GE



Fuente: El autor (2020).

Finalmente, en el gráfico 3 del grupo experimental se observa que el mayor apuntamiento está sobre la clase (14 – 16), con moda = 15; sin embargo, la media y la mediana se ubican en la clase (12 – 14); ello explica una vista engañosa del gráfico, que parece tuviera una asimetría negativa. Para el análisis real se debe tomar la clase mediana, puesto que al realizar el análisis esta clase tiene una fuerte tendencia hacia la derecha; es decir, tiene una fuerte tendencia hacia el extremo máximo = 18.

Análisis descriptivo de resultados del G.C

Tabla 5 - Nivel de saberes previos respecto a la multiplicación en Z de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL GC

ESTADÍSTIGRAFOS	MÓDULO
Media	10,33
Mediana	10,00
Moda	8,00

Continúa

Conclusão	
ESTADÍSTGRAFOS	MÓDULO
Desviación estándar	3,20
Varianza de la muestra	10,25
Coeficiente de asimetría	0,51
Rango	10,00
Mínimo	6,00
Máximo	16,00
N	90,00

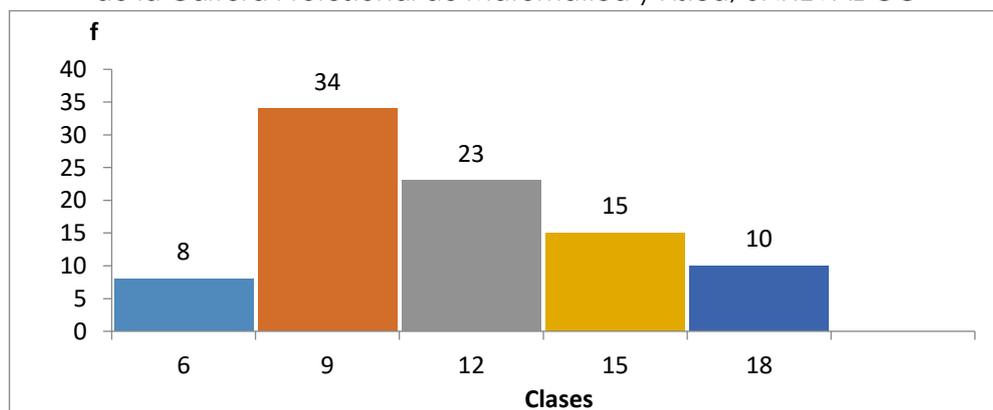
Fuente: El autor (2020).

En la tabla 5 se puede demostrar que los niveles de saberes previos de los estudiantes del grupo de control estaban por debajo del mínimo aprobatorio con Media = 10,33. Es comprensible que al inicio del estudio ambos grupos hayan tenido casi los mismos niveles de saberes previos; sin embargo, como grupo de control no recibieron ninguna retroalimentación y tampoco recibieron los beneficios de la aplicación de la variable independiente.

Las medidas de dispersión como la desviación estándar = 3,20 y rango = 10 son altos; ello quiere decir que los niveles de saberes previos que tenían las unidades de análisis del grupo de control fue un poco más del 50%, es decir, bastante heterogéneos.

El valor del coeficiente de asimetría = 0,51 configura una asimetría positiva; es decir, la mayoría de las unidades de análisis con tendencia está hacia el extremo izquierdo, donde se encuentra la nota mínima = 6,00.

Gráfico 4 - Nivel de saberes previos respecto a la multiplicación en Z de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL GC



Fuente: El autor (2020).

En el gráfico 4 se observa que el mayor apuntamiento está sobre la clase (6 – 9) y de allí hacia la izquierda son los niveles de saberes previos que tienen una fuerte tendencia hacia la nota Mínima = 6,00.

Tabla 6 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z durante la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL GC

ESTADÍSTICOS	MÓDULO
Media	10,78
Mediana	10,00
Moda	8,00
Desviación estándar	3,08
Varianza de la muestra	9,48
Coefficiente de asimetría	0,57
Rango	10,00
Mínimo	7,00
Máximo	17,00
N	90,00

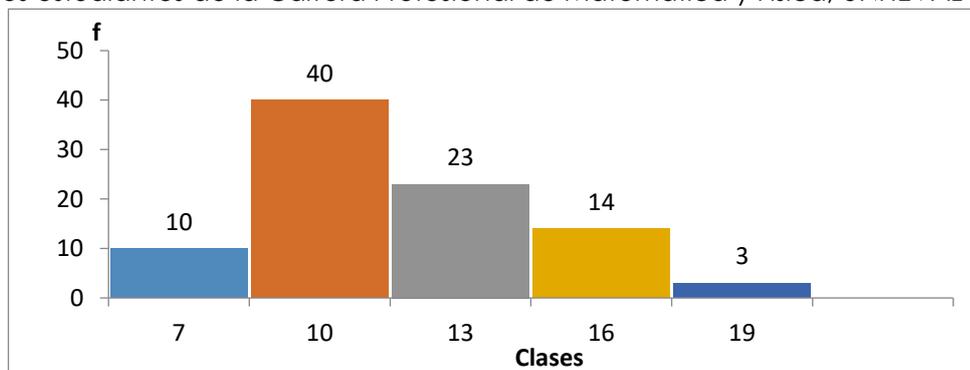
Fuente: El autor (2020).

En la tabla 6, se observa que los niveles de aprendizaje de la multiplicación en Z de los estudiantes del grupo de control tienen una mejora con media = 10,78. Cabe recalcar que a ellos no se les aplicó la Yupana como ayuda didáctica; por el contrario, se les siguió enseñando de la misma manera, sin aplicar ninguna otra metodología en específico; la mejora como se puede observar no es categórica a nivel de notas.

De otro lado, las medidas de dispersión, tal como desviación estándar = 3,08 disminuye, y moda = 8,00 permanece igual respecto a los saberes previos, lo que indica que los niveles de aprendizaje individual de las unidades de análisis del grupo de control se van homogeneizando.

El coeficiente de asimetría = 0,57 configura una asimetría positiva, un fenómeno es común en todos los estudiantes, ya que siempre hay algunos estudiantes que no aprenden adecuadamente y pocos los que llegan a niveles de aprendizaje con tendencia hacia el extremo máximo = 17,00, de la escala de calificación.

Gráfico 5 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z durante la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL GC



Fuente: El autor (2020).

El gráfico 5 demuestra que el mayor apuntamiento está sobre la clase (7 – 10) en el grupo de control, y de allí hacia la izquierda con tendencia hacia mínimo = 7,00.

Tabla 7 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z al finalizar la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL GC

ESTADÍSTICOS	MÓDULO
Media	11,18
Mediana	10,00
Moda	8,00
Desviación estándar	3,24
Varianza de la muestra	10,51
Coefficiente de asimetría	0,43
Rango	12,00
Mínimo	6,00
Máximo	18,00
N	90,00

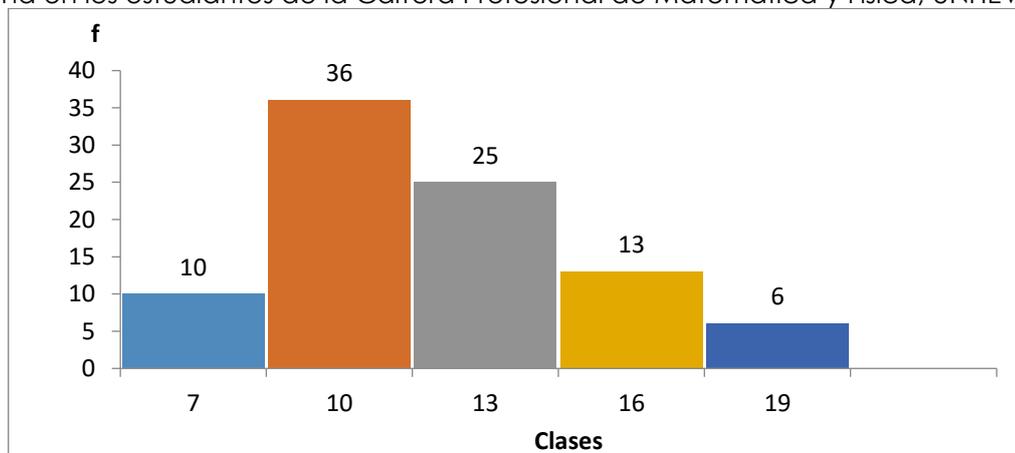
Fuente: El autor (2020).

Al finalizar la experiencia, el grupo de control sin la aplicación de la Yupana ha mejorado su nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z, dicha mejora está indicada por la media = 11,18.

El valor del coeficiente de asimetría = 0,43 es positivo; es decir, la mayoría de las unidades de análisis del grupo de control tienen una tendencia muy marcada hacia el dato mínimo = 6,00.

Sin embargo, las medidas de dispersión con desviación estándar = 3,24 indican una heterogeneidad entre los niveles de aprendizaje de la multiplicación en Z.

Gráfico 6 - Nivel de aprendizaje de la multiplicación en Z al finalizar la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL GC



Fuente: El autor (2020).

Por último, en el gráfico 6, se observa que el mayor apuntamiento está sobre la clase (7 – 10); de allí hacia la izquierda se confirma la asimetría positiva del gráfico.

Tabla 8 - Prueba de Hipótesis

Media	Varianza	Muestra	Nivel de confianza	Nivel de significancia	z crítica
$\mu_e = 13,72$ $\mu_c = 11,18$	$(\delta_e)^2 = 4,74$ $(\delta_c)^2 = 10,51$	$n_e = 57$ $n_c = 90$	95%	E = 5% Cola derecha	$z = 1,96$

Fuente: El autor (2020).

$$H_0: \mu_E \leq \mu_C$$

$$H_A: \mu_E > \mu_C$$

H₀: La aplicación de la Yupana no mejora el aprendizaje de la multiplicación de números enteros en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL.

H_a: La aplicación de la Yupana mejora el aprendizaje de la multiplicación de números enteros en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL.

Cálculo de la Z de prueba

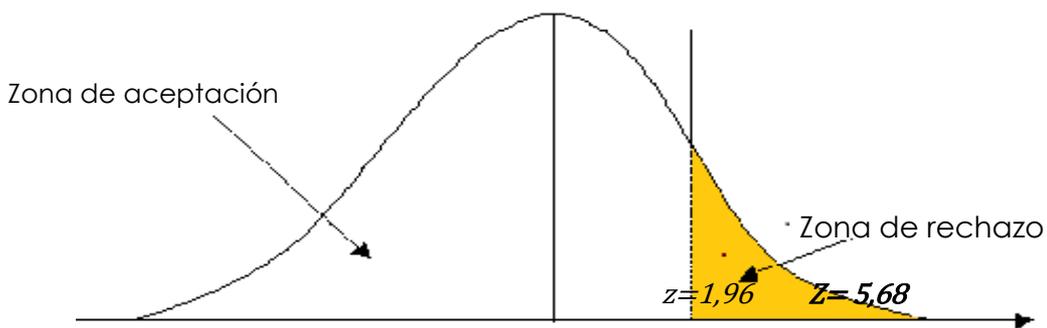
$$\text{Fórmula: } z = \frac{\mu_e - \mu_c}{\sqrt{\frac{\delta_e^2}{n_e} + \frac{\delta_c^2}{n_c}}}$$

Reemplazando los datos en fórmula, se tiene:

$$z = \frac{13,72 - 11,18}{\sqrt{\frac{4,74}{57} + \frac{10,51}{90}}}$$

Luego, el valor de la Z de prueba es: $Z = 5,68$

Gráfico 7 - Cálculo de la Z de prueba



Fuente: El autor (2020).

El valor calculado de $Z = 5,68$ se ubica a la derecha de $z = 1,96$; como puede apreciarse es en la zona de rechazo. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna, porque se tienen indicios suficientes que prueban que el

aprendizaje de la multiplicación de números enteros mejoró con la aplicación de la Yupana en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL.

Discusión y conclusión

En el trabajo de campo durante la aplicación de la Yupana se logró que los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física mejoraran su nivel de aprendizaje de la multiplicación de números enteros. Es preciso que toda propuesta en la que se ejecute cualquier innovación sea hecha sobre la base de un diagnóstico; en este caso, la prueba de entrada cumplió con ese cometido.

En la actualidad, es imprescindible buscar distintas formas y metodologías para poder impartir las clases de una manera más didáctica, puesto que los estudiantes necesitan aprender de la mejor manera las materias, en especial las matemáticas, que se sabe son la materia más complicada de entender para los estudiantes. Metodologías ancestrales como la Yupana (ábaco de los incas) pueden llegar a ser muy útiles para la enseñanza; incluso se dice que existe el concepto de reciclaje educativo, entendido como una forma de recuperar y transformar prácticas y recursos didácticos de otras épocas (metodologías ancestrales) para introducirlos en un nuevo ciclo de vida (MONTALVO CASTRO, 2017). Por otro lado, el diseño de la prueba de entrada ayudó a identificar las falencias de las unidades de análisis sobre saberes previos respecto a la multiplicación de números enteros; en consecuencia, la finalidad de la retroalimentación fue elevar el nivel de saberes básicos respecto al tema en estudio.

En este sentido, con la prueba de entrada sobre el grupo experimental se consiguió diagnosticar que el nivel de saberes previos sobre la multiplicación de números enteros en los estudiantes estaba como regular en la escala de calificación $[00 - 20]$ con *media* = 10,51. Fue evidente que pocas sesiones no ayudarían a recuperar casi el 50% de saberes previos, pero ayudarían a mitigarlos. Con la aplicación de la PP, a la mitad del uso de la Yupana como material didáctico se consiguió que los niveles de aprendizaje de la multiplicación de números enteros durante el proceso de aplicación de la Yupana en los estudiantes del GE empezaron a mejorar y llegaron a superar el mínimo aprobatorio en la escala de calificación *media* = 11,95 con cierta amplitud. Con la aplicación de la PS al final de la experiencia, se consiguió que el nivel de aprendizaje de la multiplicación de números enteros con aplicación de la

Yupana en los estudiantes fuera de una *media* = 13,72, la cual se ubica como bueno en la escala de calificación.

Como producto final de la investigación, se consiguió que el nivel de aprendizaje de la multiplicación en *Z*, comparando el antes y después de la aplicación de la Yupana, tuviera una mejora de 3,21 puntos en promedio. De la misma forma, se hizo una comparación cruzada entre el GE y el GC, obteniéndose una mejora en el primer grupo de 2,54 puntos en promedio. La diferencia evidencia la efectividad de la Yupana y la forma como se aplicó en el nivel de aprendizaje de la multiplicación en *Z* en los estudiantes. El valor calculado de $Z = 5,68$ se ubica a la derecha de $z = 1,96$; como puede apreciarse, es en la zona de rechazo. Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna, porque se tienen indicios suficientes que prueban que el aprendizaje de la multiplicación de números enteros mejoró con la aplicación de la Yupana.

Por último, cabe mencionar que la investigación concuerda con los resultados de los antecedentes, puesto que todos llegan a la conclusión de que la Yupana es una herramienta metodológica creativa que tiene un gran valor pedagógico, puesto que contribuye al aprendizaje de la matemática desde el nivel gráfico y simbólico, por lo que ayuda a mejorar las habilidades cognitivas de los estudiantes (OLIVARES PINEDA, 2017).

Referencias

- APAZA LUQUE, H. J.; ATRIO CERREZO, S. Las cantidades en la Yupana desde una perspectiva cultural andina: una experiencia en aulas de primer y segundo grado de primaria. *Educación Matemática en la Infancia*, [S. l.], v. 5, n. 2, p. 36-49, 2016. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/327961720_Las_cantidades_en_la_Yupana_desde_una_perspectiva_cultural_andina. Acceso en: 5 jun. 2020.
- BATALLAS BÉDON, S. B.; SONO, D.; CADENA, H.; AROCA, A. Aproximación a la concepción etnomatemática. *Ecos de la Academia*, [Quito], v. 3, n. 5, p. 71-79, 2017. Disponible en: <http://revistasoj.s.utn.edu.ec/index.php/ecosacademia/article/view/108/100>. Acceso en: 5 jun. 2020.
- BRAVO TORRES, G.; VERGARA TAMAYO, M. A. Factores que determinan la elección de carrera profesional: en estudiantes de undécimo grado de colegios públicos y privados de Barrancabermeja. *Psicoespacios*, Envigado, v. 12, n. 20, p. 35-48, 2017. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6309708>. Acceso en: 5 jun. 2020.
- CABALLERO JIMÉNEZ, F.; ESPÍNOLA REYNA, J. G. El rechazo al aprendizaje de las matemáticas a causa de la violencia en el bachillerato tecnológico. *Ra Ximhai*, El Fuerte, v. 12, n. 3, p. 143-161, 2016. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/461/46146811009.pdf>. Acceso en: 5 jun. 2020.
- CABRERA NAVARRETE, B. Un instrumento histórico como alternativa didáctica para el desarrollo de competencias matemáticas en el aprendizaje de las cuatro operaciones básicas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, [Ciudad de México], v. 31, n. 1, p. 392-396, 2018. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/13446/1/Cabrera2018La.pdf>. Acceso en: 5 jun. 2020.
- CERDA ETCHEPARE, G.; PÉREZ, C.; CASAS BOLAÑOS, J. A.; ORTEGA RUIZ, R. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: la necesidad de un análisis multidisciplinar. *Psychology, Society, & Education*, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 1-10, 2017. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6360203>. Acceso en: 8 jun. 2020.
- GUAMAN POMA DE AYALA, F. *La primera nueva crónica y buen gobierno*. Copenhague: [s. n.], 1613. Disponible en: <http://www5.kb.dk/permalink/2006/poma/titlepage/es/text/?open=idm45821230787600>. Acceso en: 9 jun. 2020.
- GUERRERO SALAZAR, C.; PRIETO LÓPEZ, Y.; NOROÑA MEDINA, J. La aplicación del aula invertida como propuesta metodológica en el aprendizaje de matemática. *Espíritu Emprendedor TES*, [Quito], v. 2, n. 1, p. 1-12, 2018. DOI: <https://doi.org/10.33970/eetes.v2.n1.2018.33>. Disponible en: <https://www.espirituemprendedort.es.com/index.php/revista/article/view/33>. Acceso en: 8 jun. 2020.
- HOCSMAN, S.; PILAR BABOT, M. del. La transición de cazadores-recolectores a sociedades agropastoriles en Antofagasta de la Sierra (Puna de Catamarca, Argentina): Perspectivas desde la Agencia y las Prácticas. *Chungará*, Arica, v. 50, n. 1, p. 51-70, 2018. DOI: <https://dx.doi.org/10.4067/S0717-73562018005000202>.

Disponible en: https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0717-73562018005000202&lng=en&nrm=iso&tlng=en. Acceso en: 8 jun. 2020.

JIMÉNEZ ESPINOSA, A.; GUTIÉRREZ SIERRA, A. S. Realidades escolares en las clases de matemáticas. *Educación Matemática*, [Ciudad de México], v. 29, n. 3, p. 109-129, 2017. DOI: <https://dx.doi.org/10.24844/em2903.04>. Disponible en: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/revista/2017/11/29/realidades-escolares-en-las-clases-de-matematicas/>. Acceso en: 8 jun. 2020.

MONTALVO CASTRO, J. Modelo de interfaz narrativa para facilitar el razonamiento matemático infantil. *Digital Education Review*, [Barcelona], n. 32, p. 22-34, 2017. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6295102>. Acceso en: 8 jun. 2020.

OLIVARES PINEDA, E. D. *La Yupana como operador matemático*. 2017. 152 h. Tesis (Licenciado en Educación) - Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, Chosica, Perú, 2017. Disponible en: http://200.60.81.165/bitstream/handle/UNE/2442/M025_16011152Mlistooo.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acceso en: 8 jun. 2020.

ORGANIZACIÓN DE COOPERACIÓN Y DESARROLLO ECONÓMICO. *Resultados de la prueba de PISA 2018*. París: OCDE, 2019. Disponible en: <https://bit.ly/3d5tpmB>. Acceso en: 9 jun. 2020.

PARDO GÓMEZ, J. *Aplicación de la Yupana como estrategia etnomatemática para la construcción del número en niños del primer y segundo grado de la Institución Educativa N° 54163 del distrito de San Jerónimo-2017*. 2018. 84 h. Tesis (Maestría en Lingüística Andina y Educación) – Escuela de Posgrado, Universidad Nacional del Altiplano, Puno, 2018. Disponible en: http://repositorio.unap.edu.pe/bitstream/handle/UNAP/9530/Jose_Pardo_Gomez.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acceso en: 9 jun. 2020.

RADICATI DI PRIMEGLIO, C. *El sistema contable de las Incas: Yupana y Quipu*. Lima: Librería Studium, 1950. Disponible en: http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/libros/2008/estud_quipu/cap03.pdf. Acceso en: 9 jun. 2020.

TUN, M.; DÍAZ SOTELO, M. A. Recuperar la memoria histórica y las matemáticas Andinas. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, [S. l.], v. 8, n. 1, p. 67-86, 2015. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4993802>. Acceso en: 9 jun. 2020.

VELASCO, J. *Historia del reino de Quito en la América Meridional: la historia antigua*. Quito: Imprenta de Gobierno, 1841.

ZAMORA-ARAYA, J. A. Las actitudes hacia la matemática, el desarrollo social, el nivel educativo de la madre y la autoeficacia como factores asociados al rendimiento académico en matemática. *UNICIENCIA*, Heredia, v. 34, n. 1, p. 74-87, 2020. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7148028>. Acceso en: 10 jun. 2020.